

所別： 機電工程研究所 組別： _____ 科目： 工程數學

注意： 不准 一般計算器 工程用計算器，考試時間總計：100 分鐘。試題共 1 頁，第 _____ 頁

一. 試求微分方程式通解 $x^2y'' - 2xy' + 2y = x \ln x$ 10%

二. 試求微分方程式通解 $y' = -\frac{2xy^3 + 2}{3x^2y^2 + 8e^{4y}}$ 10%

三. 已知空間中三點座標， $A(1, -2, 1)$ ， $B(0, 1, 6)$ ， $C(-3, 4, -2)$ ，求 AB 與 BC 連線所夾之角度 10%

四. 解微分方程組 $\frac{dx}{dt} = 4x - 2y$

$$\frac{dy}{dt} = x + y \quad x(0) = 6, y(0) = 3 \quad 15\%$$

五. (1)請證明線積分 $\int_c (y^2 - 6xy + 6)dx + (2xy - 3x^2)dy$ 與積分路徑 c 無關，(2)若上述線積分之積分路徑起點及終點分別為 $(-1, 0)$ 與 $(3, 4)$ ，求線積分值 15%

六. 已知 $f(t) = t, 0 < t < 2$ ，試求 $f(t)$ 之傅立葉半幅餘弦展開式 10%

七. 試用拉普拉斯轉換法解下列微分方程式

$$y'' + 9y' = 0; y(0) = 2, y'(0) = 2 \quad 15\%$$

八. 已知 $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ ，試求 A 之特徵值及特徵向量 15%