

所別：機械與機電工程碩士班 組別：機電控制、精密機械組 科目：工程數學

注意：■不准□一般計算器□工程用計算器，考試時間總計：100 分鐘。試題共 1 頁，第 1 頁

一、求出微分方程之通解 $(x^2 + 3y^2)dx - 2xydy = 0$ (10%)

二、求出微分方程之特解 $y'' - 4y' - 5y = 0, y(0) = 2, y'(0) = 1$ (10%)

三、求出微分方程之通解 $y'' - 4y' + 3y = e^{2x}$ (10%)

四、求下列函數之拉氏轉換及反拉氏轉換 (10%)

$$t \cos t$$

五、求下列函數之反拉氏轉換 (10%)

$$\frac{3}{s^3 + 9s}$$

六、已知 $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ 。求矩陣 A 之特徵值及特徵向量。(20%)

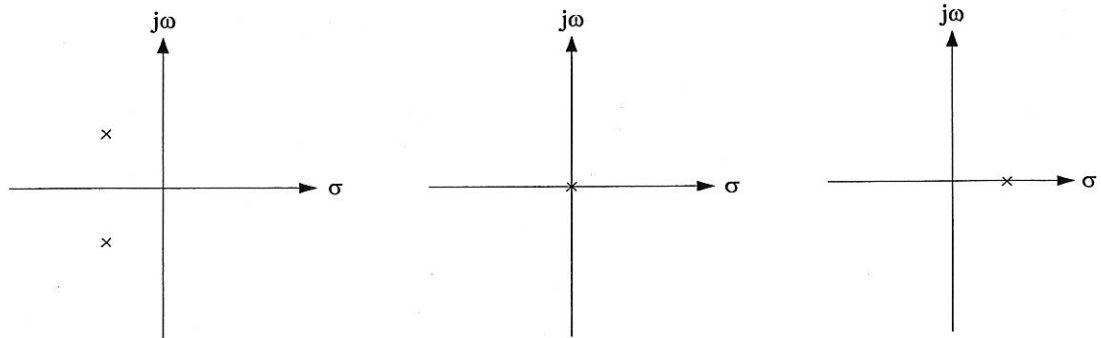
七、若純量函數 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z$ 。求(1) f 在點(1,2,1)的梯度(gradient)? (2) f 在點(1,2,1) 沿著 $\vec{P} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ 方向的方向導數(direction derivative)? (15%)

八、試求由點(2,3,2), (4,2,2), (3,4,4) 三點所構成之平面方程式。(15%)

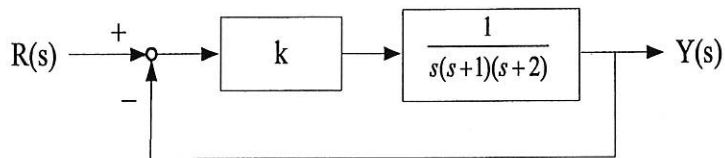
所別：機械工程系碩士班 組別：機電控制組 科目：自動控制

注意：不准一般計算器 ※ 工程用計算器，考試時間總計：100 分鐘。試題共 2 頁，第 1 頁

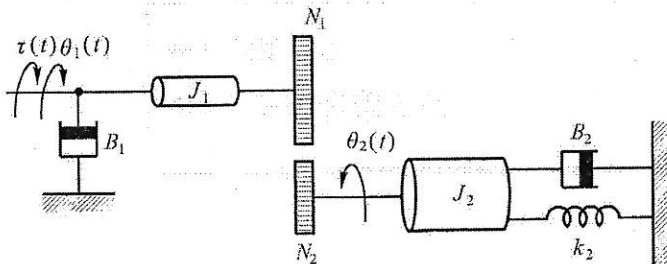
1. 下圖所示為閉迴路轉移函數之特性根位置，請繪出各特性根所對應之脈衝響應。(10%)



2. 如下圖所示之控制系統，試求當 $k=3$ 時，系統的增益邊限(gain margin, G.M.)為若干？(10%)



3. 如下圖所示之齒輪組驅動系統，假設系統無摩擦損失，試求出轉移函數 $\Theta_1(s)/T(s)$ 。此處 $\Theta_1(s)$, $T(s)$ 分別為輸入扭矩 $\tau(t)$ 與 1 號軸角度 $\theta_1(t)$ 之拉普拉斯(Laplace)轉換。(25%)



4. 某系統之線性狀態方程式可以表為下列

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

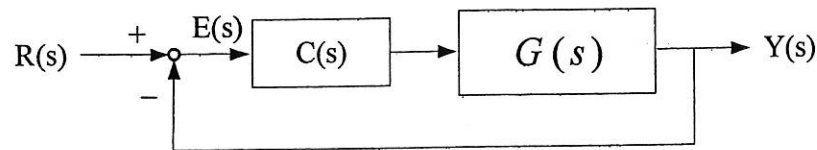
若控制器採用狀態回授設計，因此 $\mathbf{u} = \mathbf{r} - \mathbf{k}\mathbf{x}$ ，其中 $\mathbf{k} = [k_1 \quad k_2]$ 。試設計 k_1, k_2 的值，使得閉迴路系統為臨界阻尼狀況，且系統的安定時間為 2 秒。(15%)

5. 已知某單位負回授系統之開迴路轉移函數為 $G(s)H(s) = \frac{k}{s(s^3 + 8s^2 + 32s + 80)}$ ，試問該系統在 k 值為多少時，會產生臨界穩定現象？另外，若 $k=350$ ，則系統在 s 平面右半平面的特性根數目為若干？(10%)

所別：機械工程系碩士班 組別：機電控制組 科目：自動控制

注意：不准一般計算器 ※ 工程用計算器，考試時間總計：100 分鐘。試題共 2 頁，第 2 頁

6. 如下圖所示之馬達控制系統，其中 $R(s)$ 表示參考命令輸入， $E(s)$ 代表誤差， $C(s)$ 為控制器， $G(s)$ 為馬達系統， $Y(s)$ 代表馬達轉速輸出。現在假設馬達之轉移函數為 $\frac{5}{s+10}$ ，參考命令輸入為 1000rpm，(1)若 $C(s)$ 為比例型控制器且增益為 2，則 $Y(s)$ 之穩態值為多少 rpm？穩態誤差為多少 rpm？(2)若 $C(s)$ 為積分型控制器且增益為 1，則穩態誤差為多少 rpm？(10%)



7. 已知某控制系統之開迴路轉移函數為 $GH(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+3)(s+4)}$ ，試繪出 $0 < K < \infty$ 之根軌跡圖(root locus)。(15%)
8. 某線性系統的單位步級響應(unit-step response)為 $e^{-3t} - e^{-5t}$ ，試求該系統之轉移函數。(5%)

所別：機械工程系機械與機電工程碩士班 組別：精密機械組 科目：材料力學

注意：不准一般計算器 工程用計算器，考試時間總計：100 分鐘。試題共 1 頁，第 1 頁

本試卷共 5 大題，每題 20 分，共 100 分，請在答案卷上註明題號依序作答。

1. 如圖 1 所示，CD 桿直徑 30mm，(a)試求 CD 桿所受之應力與(b)若 CD 變成 150.3mm 試求應變？(20 分)

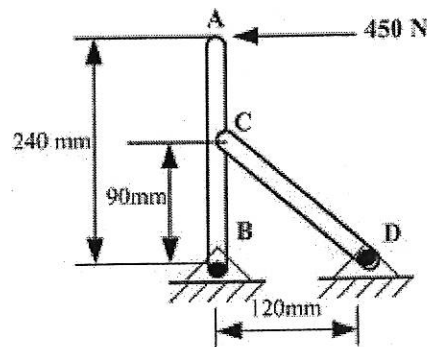


圖 1

2. 一實心圓軸，容許剪應力為 40 MPa，容許單位長度扭轉角為 $1^\circ / \text{m}$ ，若圓軸直徑為 60 mm，剪力彈性係數為 80 GPa，試求圓軸容許扭矩？(20 分)
3. 一實心圓軸以 600 rpm 傳遞 40 Hp 之功率，若容許剪應力為 4000 psi，試求最小圓軸外徑？(20 分)
4. 試繪出圖 2 之剪力圖與彎矩圖？(20 分)

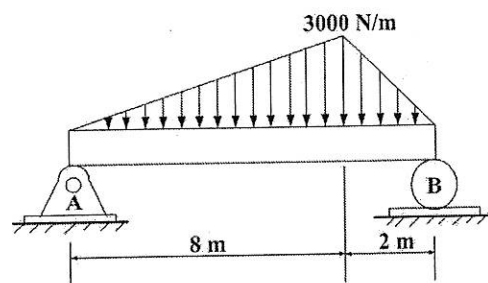


圖 2

5. 如圖 3 所示之平面應力，試求(a)主應力與(b)最大剪應力？(20 分)

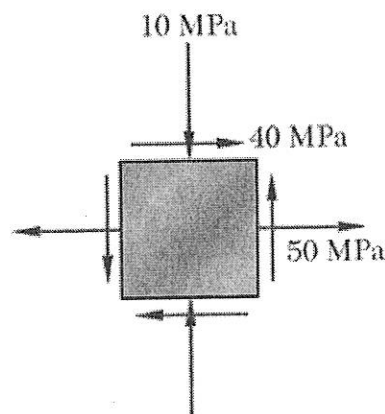


圖 3

所別：電機工程系碩士班 組別：不分組 科目：工程數學

注意：不准用計算器，考試時間總計：100 分鐘。試題共 1 頁，第 1 頁

每題 10 分,共 100 分

1. 解微分方程式: $y'+y=e^{-2x}, y(0)=1$

2. 解微分方程式: $y''+5y'+6y=12, y(0)=1, y'(0)=-1$

3. 求拉氏轉換: $\mathcal{L}[(t+e^{-t})^2]=?$

4. 求拉氏轉換: $\mathcal{L}[te^{-2t} \sin 3t]=?$

5. 求反拉氏轉換: $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s^2}{(s+1)(s+2)(s+3)}\right]=?$

6. 求反拉氏轉換: $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s+1}{s(s^2+4s+13)}\right]=?$

7. 行列式:
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \end{vmatrix} = ?$$

8. 矩陣乘法(其中 A' 代表 A 之轉置 transpose)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 2 & -3 \end{bmatrix}, \text{ 求 } A'B = ? AB' = ?$$

9. 請算出矩陣 A 之特徵值,特徵向量,並將 A 對角化

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

10. 已知 λ_1, λ_2 為正方形矩陣 A 之不相等特徵值, X_1, X_2 為對應之特徵向量,請證明 X_1, X_2 為線性獨立

所別： 電子工程系碩士班 組別： 不分組 科目： 工程數學

注意： 不准 一般計算器 工程用計算器，考試時間：100 分鐘。試題共 1 頁，第 1 頁

1. (20 %) Find a matrix P such that the matrix $P^{-1}AP$ is a diagonal matrix, where

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

2. (20 %) Find the inverse Laplace transform of the function $F(s)$, where

$$F(s) = \frac{s+2}{(s-1)^2 \cdot (s^2 + 2 \cdot s + 2)}$$

3. (20 %) Use the “Divergence Theorem” to calculate

$$\oiint_S (x^3 dydz + x^2 ydxdz + x^2 zdxdy)$$

where the integral area is bounded by the closed cylindrical surface and can be described as

$$S : x^2 + y^2 = a^2, 0 \leq z \leq b$$

4. (20 %) As shown in Fig.1, the curve C is the triangle with the vertices $A(2,0,0)$, $B(0,2,0)$, $D(0,0,2)$. Use the “Stoke's Theorem” to calculate the line integral

$$\oint_C (z-y)dx + (x-z)dy + (y-x)dz$$

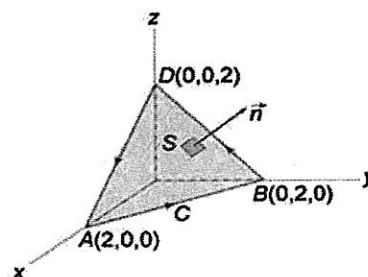


Fig 1.

5. (20 %) Find the general solution of the following second-order differential equation

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3 \cos x$$