

具時變負荷之車輛主動式懸吊系統控制

Control of Vehicle Active Suspension System with Time-varying Loadings

陳宏毅

Hung-Yi Chen

摘要

本論文提出以函數近似法為基礎之適應性滑動模式控制方法，針對具時變負荷之車輛主動式懸吊系統進行控制，其中函數近似法被用來代表系統動態模式中之未知函數，以解決滑動模式控制需要系統數學模式之限制。論文中利用 Lyapunov 穩定法則來確保控制系統受控過程之穩定性，並藉以獲得系統控制參數之更新法則。本論文所提出之控制方法藉由電腦模擬之進行，驗證將其應用在具時變負荷之主動式懸吊系統之控制上，可以有效抑制車體在行經巔坡路面時所造成之車體振動量。

關鍵詞：函數近似法，適應性滑動模式控制，時變負荷。

ABSTRACT

This paper proposes a functional approximation based adaptive sliding mode controller for a quarter-car active suspension system with time-varying loadings. The functional approximation technique is employed to represent the unknown function and release the model-based requirement of sliding mode control. The update law for the coefficients of the functional approximation technique can be derived from the Lyapunov function directly for guaranteeing the system stability. The simulation results show that the proposed control approach can suppress the vibration amplitude effectively of this suspension system for rough road.

Keywords: Functional approximation technique, Adaptive sliding mode control, Time-varying loadings

一、前言

因為傳統被動式懸吊系統能夠抑制車體振動之能力有限，所以主動式懸吊系統成為近幾年被發展來抑制因巔坡路面所造成車體之振動。藉由主動式懸吊系統加入額外之控制力，可以降低車體之垂直加速度及位移量，進而改善車輛之舒適性及操控性[1]。近代有許多控制理論被應用來控制主動式懸吊系統，Sunwoo 及 Cheok [2] 發展自調式控制器來進行車輛主動式懸吊系統之控制；Louam 等[3] 使用最佳控制理論來設計主動式懸吊系統之控制器；Alleyne 及 Hedrick [4] 針對油壓致動器之主動式懸吊系統設計一適應性控制器來克服系統之不確定性；Chantranuwathana 及 Peng [5] 發展一個適應性強健控制法則來容許主動式懸吊系統致動器之不確定性。

因為要建立主動式懸吊系統確切之系統數學模式來進行需要系統數學模式之控制器設計，進一步

獲得良好控制效果是不容易的，所以許多不需系統數學模式之控制方法便接著被應用在主動式懸吊系統上。Yeh 及 Tsao [6] 提出模糊控制法來控制一個具備主動元件之車輛懸吊系統；Huang 及 Chao [7] 使用灰色預測器用來發展一灰色模糊法則，將其應用在主動式懸吊系統之控制上；Cherry 及 Jones [8] 將模糊控制應用在具有連續性變化阻尼之懸吊系統上；Huang 及 Lin [9] 設計自組織模糊控制器來抑制車體因路面巔坡所造成之位移量及加速度；Huang 及 Lin [10] 接著提出一個適應性模糊滑動模式控制器來進行主動式懸吊系統之控制。

雖然滑動模式控制對於擁有系統模式不確定性及外部干擾之非線性系統具有強健性，但是它的缺點是需要系統之數學模式，因此函數近似法被提出來解決這樣的限制。Huang 及 Kuo [11] 針對非線性系統提出以函數近似法為基礎之適應性滑動控制器，他們利用有限項之線性函數組合來近似

系統數學模式之不確定項。

因為車輛行駛在道路時，車體所加諸於懸吊系統之負荷會隨時間改變而變化，所以本論文針對具時變負荷之 1/4 車之主動式懸吊系統設計一個以函數近似法為基礎之適應性滑動模式控制器來進行控制。首先將 1/4 車之主動式懸吊系統模式中之未知時變函數以具有未知常數係數之有限項傅立葉級數來取代，接著以此函數近似法為基礎來設計適應性滑動模式控制器。控制過程中近似函數之權重係數更新法則可藉由 Lyapunov 穩定原理證明系統穩定性之過程中獲得。最後，本文以電腦模擬之結果來驗證所提出之控制器針對 1/4 車主動式懸吊系統之控制成效。

二、主動式懸吊系統之動態模式

一個典型 1/4 車主動式懸吊系統如圖 1 所示，其中輪胎 (unsprung mass) 透過一忽略質量之輪軸與車體 (sprung mass) 連接，車體以時變負荷 $m_s(t)$ 表示，輪胎以 m_u 表示，阻尼器 b_s 及彈簧 k_s 組成懸吊系統之被動元件，輪胎部分則以彈簧 k_t 來模擬， F_a 為致動器所產生以抑制車體所產生擾動之致動力， Z_s 及 Z_u 分別代表 sprung mass 及 unsprung mass 之垂直位移量， Z_r 則為車輛行駛路面之垂直起伏大小。

當車輛行駛於巔坡路面時且其懸吊系統之行程小於其機構限制時，整個主動式懸吊系統可以下面之動力方程式來表示：

$$F_a + b_s(\dot{Z}_u - \dot{Z}_s) + k_s(Z_u - Z_s) = m_s(t)\ddot{Z}_s \quad (1)$$

$$-F_a - b_s(\dot{Z}_u - \dot{Z}_s) - k_s(Z_u - Z_s) + k_t(Z_r - Z_u) = m_u\ddot{Z}_u \quad (2)$$

接著定義狀態變數 $x_1 = Z_s$ ， $x_2 = \dot{Z}_s$ ， $x_3 = Z_u$ ， $x_4 = \dot{Z}_u$ 及致動力 $F_a = u$ ，然後此 1/4 車懸吊系統之狀態變數模式可以寫成：

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m_s(t)}[b_s(x_4 - x_2) + k_s(x_3 - x_1) + u] \quad (4)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (5)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{m_u}[-b_s(x_4 - x_2) - k_s(x_3 - x_1) + k_t(Z_r - x_3) - u] \quad (6)$$

本文之主要目的為設計一控制器來令主動式懸吊系統 sprung mass 之位移量能夠漸近收斂至零，在此定義 $x = x_1$ 為系統輸出，則系統之動力方程式可以下式來表示：

$$\ddot{x} = f(X, t) + b(t)u \quad (7)$$

接著定義狀態矩陣 $X^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]$ ，其中 $f(X, t)$ 為狀態變數之函數，而 $b(t)$ 為控制量增益。此二函數可以推導如下式：

$$f(X, t) = \frac{1}{m_s(t)}[b_s(x_4 - x_2) + k_s(x_3 - x_1)] \quad (8)$$

$$b(t) = \frac{1}{m_s(t)} \quad (9)$$

其中 $f(X, t)$ 為未知時變函數且其變化之界限亦為未知，然而未知函數 $b(t)$ 之界限則可以預測，也就是 $b_{\min} \leq b(t) \leq b_{\max}$ ，其中 b_{\min} 及 b_{\max} 為已知。令函數 $b(t)$ 定義為：

$$b(t) = b_m + \Delta b \quad (10)$$

其中 b_m 為正規化值， Δb 是未確定值，其值限制於如下之不等式：

$$0 < \beta_{\min} \leq \Delta b \leq \beta_{\max} \quad (11)$$

在下一節，將利用函數近似法選擇有限項之傅立葉函數來近似 $f(X, t)$ ，另外選擇一 Lyapunov 函數來證明系統受控過程之穩定性及獲得參數之更新法則，以此方法所設計之適應性滑動模式控制器來進行主動式懸吊系統之控制。

三、控制器設計

時變函數若滿足 Dirichlet conditions，即能在一時間範圍內轉換成一般化之傅立葉級數來表示，因此，式(7)中之函數 $f(X, t)$ 可以以有限項正交基礎函數 $\{Z_i(t)\}$ 之線性組合來近似，若組合之項數愈多，則近似之精確度愈高。

$$f(X, t) \approx \sum_{i=1}^n W_i Z_i(t) \quad (12)$$

其中 $Z_i(t)$ 為正交基礎函數， W_i 為權重係數。時變函數 $f(X, t)$ 可被展開為由基礎函數與權重係數之線性組合，假設基礎函數之項數足夠多的話，則式(12)可以改以下式來表示：

$$f(X, t) = W^T Z(t) \quad (13)$$

其中 $Z(t) = [Z_1(t) \ Z_2(t) \ \cdots \ Z_n(t)]^T$ ， $W = [W_1 \ W_2 \ \cdots \ W_n]^T$ 。式(13)可以用來表示具有不確定性及外在干擾之未知函數，時變矩陣 $Z(t)$ 是已知函數，而 W 為未知常數。接著以 Lyapunov 穩定法則為基礎，選擇一 Lyapunov 函數來求得未知常數之修正法則。

接著進行 1/4 車主動式懸吊系統之控制器設計，整體控制之方塊圖如圖 2 所示。首先，定義一滑動平面：

$$s = \dot{x} + \lambda x \quad (14)$$

其中 $\lambda > 0$ 是變數 x 在滑動平面之收斂速率。變數 s 對時間之一次導數為：

$$\dot{s} = \ddot{x} + \lambda \dot{x} \quad (15)$$

接著將式(7)及式(10)代入式(15)可得到：

$$\begin{aligned} \dot{s} &= f(X, t) + b(t)u + \lambda \dot{x} \\ &= f(X, t) + b_m u + \Delta b u + \lambda \dot{x} \end{aligned} \quad (16)$$

接著選擇控制法則(control law) $u(t)$ 如下：

$$u(t) = \frac{1}{b_m} [-\hat{f} - \lambda \dot{x} - \eta \operatorname{sgn}(s)] \quad (17)$$

其中 \hat{f} 是函數 $f(X, t)$ 之近似值，正常數 η 為強健項參數。將式(17)代入式(16)可得：

$$\dot{s} = -\eta \operatorname{sgn}(s) + (f - \hat{f}) + \Delta b u \quad (18)$$

此處之函數 f 與 \hat{f} 均設為未知有界之連續函數且滿足 Dirichlet conditions，所以這二個函數可以用函數近似法來表示：

$$f = W_f^T Z_f \quad (19)$$

$$\hat{f} = \hat{W}_f^T Z_f \quad (20)$$

其中 $W_f, \hat{W}_f \in \mathfrak{R}^n$ 是權重常數矩陣，而矩陣 $Z_f \in \mathfrak{R}^n$ 則是基礎傅立葉函數。因此，式(18)可以被改寫為：

$$\dot{s} = -\eta \operatorname{sgn}(s) + \tilde{W}_f^T Z_f + \Delta b u \quad (21)$$

其中

$$\tilde{W}_f^T = W_f^T - \hat{W}_f^T \quad (22)$$

為了證明此控制系統之穩定性及求得 \hat{W}_f 之更新法則，選擇一 Lyapunov 候選函數如下：

$$V(s, \tilde{W}_f) = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} \tilde{W}_f^T Q_f \tilde{W}_f \quad (23)$$

其中 $Q_f \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ 是正定之對稱矩陣。接著求 Lyapunov 候選函數對時間之一次導數如下：

$$\dot{V}(s, \tilde{W}_f) = s\dot{s} + \tilde{W}_f^T Q_f \dot{\tilde{W}}_f \quad (24)$$

因為 $\dot{\tilde{W}}_f^T = -\dot{\hat{W}}_f^T$ ，所以式(24)可以被改寫為：

$$\dot{V}(s, \tilde{W}_f) = -\eta |s| + \tilde{W}_f^T (Z_f s - Q_f \dot{\hat{W}}_f) + \Delta b s u \quad (25)$$

$\dot{\hat{W}}_f$ 之更新法則可以被選擇為：

$$\dot{\hat{W}}_f = Q_f^{-1} Z_f s \quad (26)$$

接著式(25)可以進一步被改寫為：

$$\dot{V}(s, \tilde{W}_f) = -\eta |s| + \Delta b s u \quad (27)$$

為了抑制未知函數 $b(t)$ 之未確定性及建立適當之強健性，將參數 η 設計為：

$$\eta = \beta_{\max} u_{\max} \quad (28)$$

然後推導式(27)成為：

$$\dot{V}(s, \tilde{W}_f) \leq 0 \quad (29)$$

可以透過 Barbalat's Lemma [12] 來證明式(17)之控制律 $u(t)$ 可以確保控制輸出誤差能夠收斂。

四、電腦控制模擬結果

為了確認所提出之控制器能夠有效抑制車體所產生之擾動，本論文以電腦模擬來驗證。所選之系統參數值為：時變負荷 $m_s(t) = 290 + 60 \sin t$ (kg)； $m_u = 40$ (kg)； $b_s = 170$ (N/m/s)； $k_s = 4000$ (N/m)； $k_t = 190000$ (N/m)； $u_{\max} = 1300$ (N)。本論文選擇 9 項傅立葉基礎函數來進行未知函數之近似，且將系統狀態變數之初始條件設定為 0，即 $x(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。滑動平面參數 λ 設定為 1，正定之對稱矩陣選擇為 $Q_f = 0.01$ ，式(28)估測強健參數 η 為 1.2，權重矩陣之初始值為

$$\dot{\mathbf{W}}_f = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T。$$

為了確認所提出之控制器具有實際之應用性，本論文設計了二種顛坡路面來測試。

Case 1：上下斜坡路面

此模擬測試路面為連續之上下斜坡路面，所設計之最大斜坡高度為 10 cm，並於此路面加入了小於 1 mm 之亂數擾動。

當車輛行駛在所設計之路面時，車體 sprung mass 之動態響應如圖 3 所示，其中點線代表路面起伏形狀，而實線代表 1/4 車主動式懸吊系統在所提出控制器控制下之車體垂直位移量。圖 4 為車體垂直位移量之放大圖，從圖形中可得知控制過程中 sprung mass 之最大位移量均控制在 ± 2.5 mm 之內。圖 5 為控制過程之控制力。主動式懸吊系統之另一控制目標為透過降低 sprung mass 之垂直加速度以改善駕駛舒適性，圖 6 代表在使用函數近似法之控制器控制下 sprung mass 之垂直加速度，從圖中可以得知 sprung mass 之最大垂直加速度均被控制在 $\pm 0.6 \text{ m/s}^2$ 以內。

Case 2：上下劇烈起伏路面

此模擬測試路面為連續之上下劇烈起伏路面，所設計之最大之振幅為 ± 12.5 cm，並於此路面加入了正弦函數干擾與小於 1 mm 之亂數擾動。此路面之構成如以下之方程式：

$$z(t) = \begin{cases} -0.1(t-2.5)^3 + 0.2(t-2.5)^2 + d(t) & \text{for } t \in [2.5, 4) \\ 0.1(t-5.5)^3 + 0.2(t-5.5)^2 + d(t) & \text{for } t \in [4.5, 5) \\ 0.1(t-6.5)^3 - 0.2(t-6.5)^2 + d(t) & \text{for } t \in [6.5, 8) \\ -0.1(t-9.5)^3 - 0.2(t-9.5)^2 + d(t) & \text{for } t \in [8.5, 9) \\ -0.1(t-10.5)^3 + 0.2(t-10.5)^2 + d(t) & \text{for } t \in [10.5, 12) \\ 0.1(t-13.5)^3 + 0.2(t-13.5)^2 + d(t) & \text{for } t \in [12, 13.5) \\ 0.1(t-14.5)^3 - 0.2(t-14.5)^2 + d(t) & \text{for } t \in [14.5, 16) \\ -0.1(t-17.5)^3 - 0.2(t-17.5)^2 + d(t) & \text{for } t \in [16, 17.5) \\ 0.005 \sin 2\pi t + d(t) & \text{for } \text{else} \end{cases}$$

其中 $d(t)$ 為亂數擾動值。

當車輛行駛在所設計之路面時，車體 sprung mass 之動態響應如圖 7 所示，其中點線代表路面起伏形狀，而實線代表 1/4 車主動式懸吊系統在所提出控制器控制下之車體垂直位移量。圖 8 為車體垂直位移量之放大圖，從圖形中可得知控制過程中 sprung mass 之最大位移量均控制在 ± 4 mm 之

內。圖 9 為控制過程之控制力。圖 10 代表在使用函數近似法之控制器控制下 sprung mass 之垂直加速度，從圖中可以得知 sprung mass 之最大垂直加速度均被控制在 $\pm 0.6 \text{ m/s}^2$ 以內。

本文所提出之控制方法，透過電腦模擬之結果呈現其對主動式懸吊系統之控制效果。其控制結果能將主動式懸吊系統 sprung mass 之位移量控制在路面顛坡量大小之 3% 以內，與參考文獻 [9]、[10] 之 10% 及 17.5% 之控制結果作比較，本論文所提出控制器之控制精確度明顯較佳。另外，由模擬之過程可以得知所提出控制器所控制之主動式懸吊系統在控制過程之第一個 running cycle 即可達到收斂，且其收斂時間小於 35 個取樣時間。所以本論文所提出之控制方法能夠簡化將函數近似法應用在實際控制系統之實現，並獲得良好之控制效果。

五、結論

本論文以函數近似法為基礎之適應性滑動模式控制器成功地應用在具時變負荷之 1/4 車主動式懸吊系統上，並以 Lyapunov 穩定理論來驗證控制過程中受控系統之穩定性。從模擬之結果得知所提出之控制方法能顯著抑制車體之擾動以增進駕駛舒適性。所以本文所提出之控制方法具備了實現車輛主動式懸吊系統控制之可行性。

六、參考文獻

- [1] Fialho, I. and Balas, G. J., "Road adaptive active suspension design using linear parameter-varying gain-scheduling," IEEE Transactions on Control Systems Technology, 10, 43-54, (2002).
- [2] Sunwoo, M. and Cheok, K. C., "An application of explicit self-tuning controller to vehicle active suspension systems," In Proceedings IEEE Conference Decision Control, 2251-2255, (1990).
- [3] Louam, N., Wilson, D. A. and Sharp, R. S., "Optimization and performance enhancement of active suspensions for automobiles under preview of the road," Vehicle System Dynamics, 21, 39-63, (1992).

- [4] Alleyne, A. and Hedrick, J. K., "Nonlinear adaptive control of active suspensions," IEEE Transactions on Control Systems Technology, 3(1), 94-101, (1995).
- [5] Chantranuwathana, S. and Peng, H., "Adaptive robust control for active suspensions," In Proceedings of American Control Conference, 1702-1706, (1999).
- [6] Yeh, E. C. and Tsao, Y. J., "Fuzzy preview control scheme of active suspension for rough road," International Journal of Vehicle Designs, 15, 166-180, (1994).
- [7] Huang, S. J. and Chao, H. C., "Fuzzy logic controller for a vehicle active suspension system," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, D 214, 1-12, (2000).
- [8] Cherry, A. S. and Jones, R. P., "Fuzzy logic control of an automotive suspension systems," IEE Proceedings D: Control Theory Application, 142(2), 149-160, (1995).
- [9] Huang, S. J. and Lin, W. C., "A self-organizing fuzzy controller for an active suspension system," Journal of Vibration and Control, 9, 1023-1040, (2003).
- [10] Huang, S. J. and Lin, W. C., "Adaptive fuzzy controller with sliding surface for vehicle suspension control," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 11(4), 550-559, (2003).
- [11] Huang, A.C. and Kuo, Y. S., "Sliding control of nonlinear systems containing time-varying uncertainties with unknown bounds," International Journal of Control, 74(3), 252-264, (1999).
- [12] Narendra, K. S. and Annaswamy, A. M., "Stable Adaptive Systems," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, (1989).

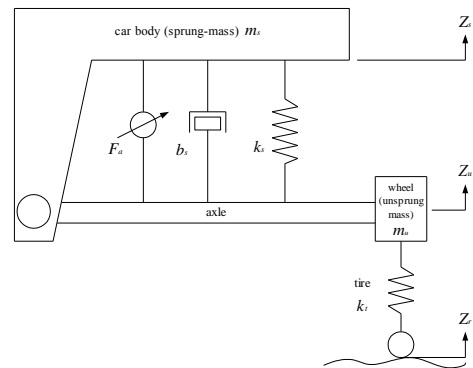


圖 1 1/4 車主動式懸吊系統

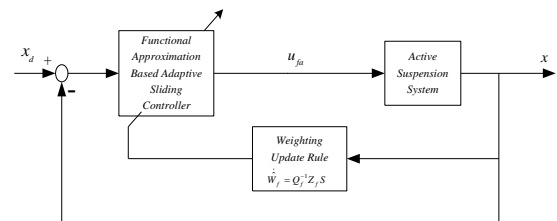
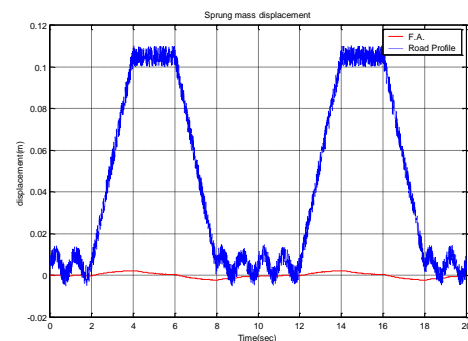


圖 2 系統控制方塊圖



圖

3 巔坡路面與 sprung mass 垂直位移
(Case 1)

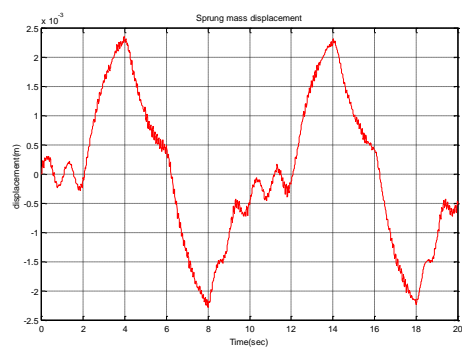


圖 4 sprung mass 垂直位移 (Case 1)

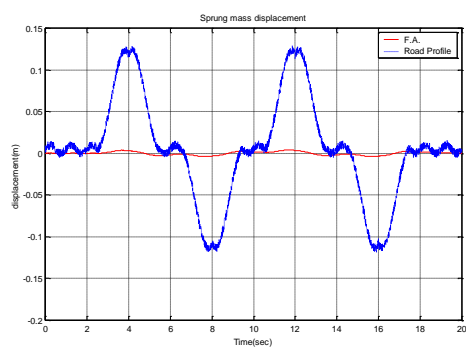


圖 7 巔坡路面與 sprung mass 垂直位移 (Case 2)

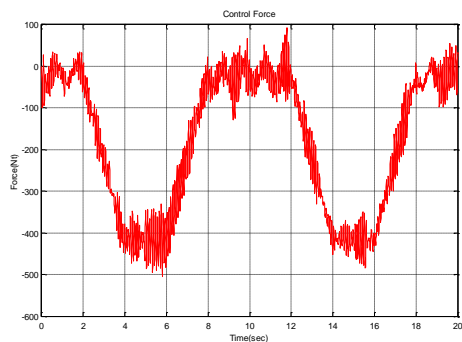


圖 5 控制力 (Case 1)

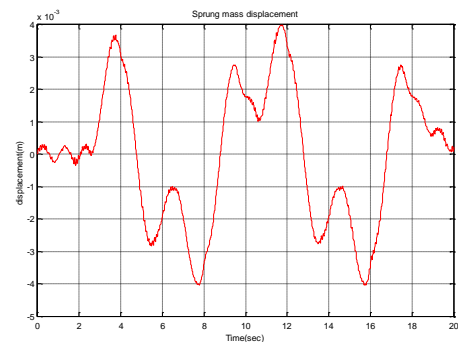


圖 8 sprung mass 垂直位移 (Case 2)

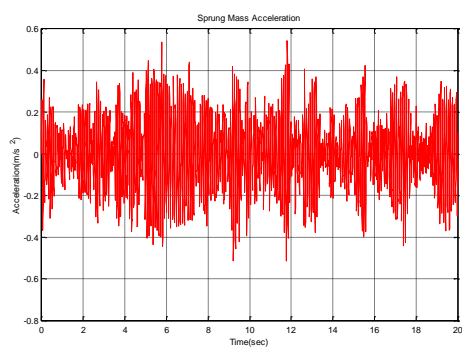


圖 6 sprung mass 垂直加速度(Case 1)

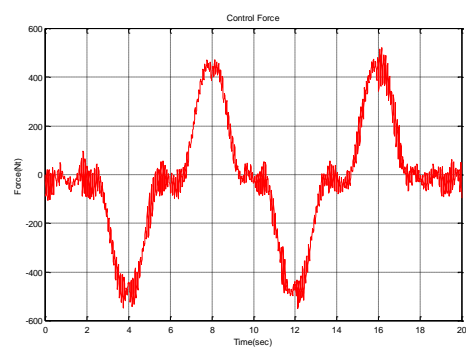


圖 9 控制力 (Case 2)

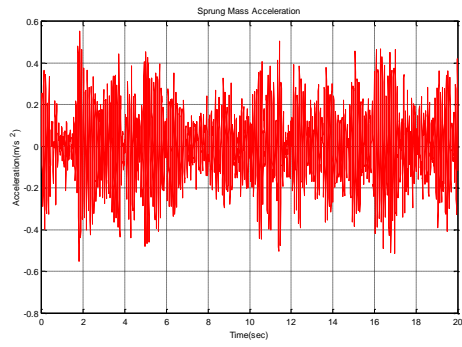


圖 10 sprung mass 垂直加速度(Case 2)

