電子按鍵內部雙拱形薄殼之跳躍現象分析
Snap-Through Analysis of Duo Arch Shells in Electronic Buttons

劉晉奇 [1]*, 陳威廷 [1], 陳立偉 [1], 林乃斌 [2]

[1] 明志科技大學機械工程系 [2] 玥爾有限公司 * 副教授, 論文聯絡人

摘要

本文主旨為探討電子按鍵內部之雙拱形薄殼跳躍現象，藉由有限元素軟體 ANSYS，研究各種幾何參數之結構力學反應與影響效應。經由電腦模擬分析，得到雙拱形薄殼受到測頭下壓與逆行之變形與受力，且算出彈跳觸感比與最大施力之性能參數。在特定幾何條件下，因塑性過大產生之永久變形，會導致無法產生彈跳觸感，如此會造成按鍵功能失效，必須避免其發生。此外，根據其他文獻，可知下列兩條設計準則：(1)彈跳觸感比之較佳範圍：30%~60%，(2)最大施力之較佳範圍 : 1~5 N。本研究亦證明，特定之幾何搭配，可符合上述準則。

關鍵詞：電子按鍵、雙拱形薄殼、跳躍、有限元素分析、彈跳觸感比。

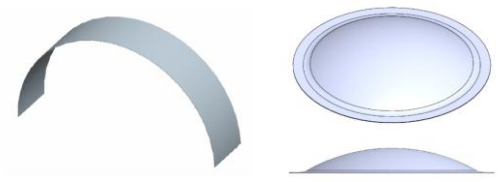
Abstract

This paper presents the snap-through analysis of duo arch shells in electronic buttons. By the use of the finite element software ANSYS, the structural response and effects can be obtained under various geometric parameters. The click ratio and maximum force of the arch shells or electronic buttons are calculated from computer simulation results. Under specified conditions, the click ratio disappears so that the button fails to operate. This condition must be avoided. Also, the past references show two important design rules: (a) the better click ratios: 30%~60%, (2) the better maximum forces: 1~5 N.

Keywords：Electronic button, Duo arch shells, Snap-through, Finite element analysis, Click ratio.

1. 前言

電子按鍵(electronic button)是電子產品的重要零件，常見於手機、相機、車輛電控設備、3C 產品、家電產品等。電子按鍵連接於印刷電路板上，用來傳輸電子訊號，其內含拱形薄殼(arch shell)或圓蓋形薄殼(dome shell)結構(通常為金屬片,如圖1)，藉由這類薄殼的反作用力或回彈力，可產生力學上的跳躍(snap-through)現象，讓使用者按壓按鍵時能感受力量回饋與跳躍感。藉由拱形或圓蓋形薄殼之反作用力和跳躍現象，可讓使用者感知按鍵之工作位置與導通狀態。



(a) (b)

圖1. (a) 拱形薄殼, (b) 圓蓋形薄殼.

跳躍現象是一種非線性的失穩(instability)

現象，類似挫曲(buckling)，在許多早期文獻[1-7]中，該現象被廣泛探討。在文獻[1-2]之書籍，作者整理殼狀結構跳躍現象與挫曲之數學解析方法，且對計算結果做歸納。文獻[3-4]為拱形薄殼與圓蓋形薄殼之數學解析研究，文獻[5-6]則為殼狀物跳躍現象之有限元素分析。文獻[7]屬於振動問題，該研究利用雙自由度非線性動態模型，探討淺拱結構在大振幅折斷運動下的特性與穩定性。本文作者亦於2018年探討過拱形薄殼之跳躍現象與按鍵設計應用，得到多項設計參數與參考準則[8]。雖然跳躍現象於早期已有十分完整的研究成果，然而近年亦有許多新研究發表[9-12]，主要是較複雜條件之力學反應。

除了單一的拱形薄殼，亦有雙拱形薄殼(duo arch shells)應用於兩段式按鍵(two-stage button)，這類按鍵被應用於數位相機、單眼相機快門以及需要兩段式操作之機器。圖2為雙拱形薄殼之示意圖，圖3則為兩段式按鍵設計專利[13]之重繪圖。

本文主旨在於探討兩段式電子按鍵內部之雙拱形薄殼跳躍現象，將研究各種參數之結構力學反應與影響，進一步建立業界的設計參考準則，亦使工程師在量產前可預先提出按鍵薄殼設計方案。

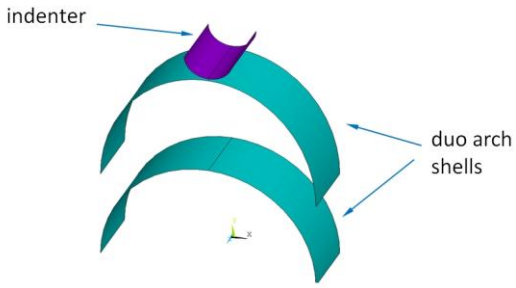


圖2. 雙拱形薄殼.

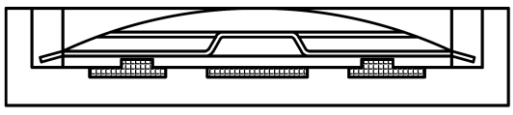
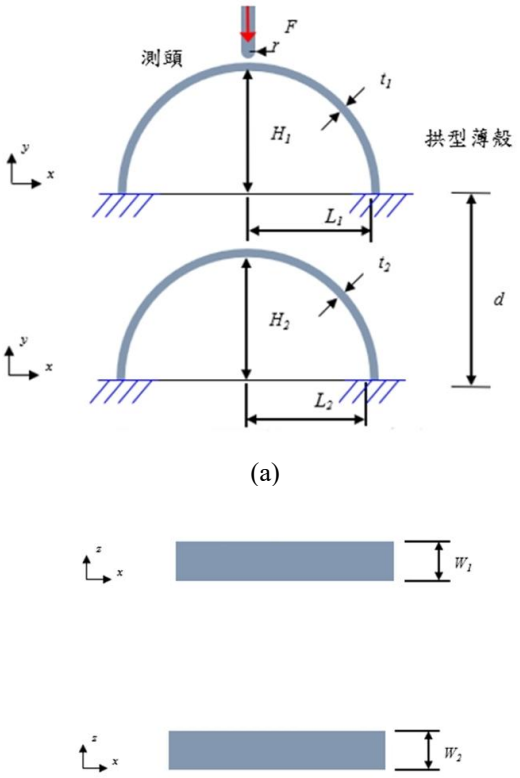


圖3. 兩段式按鍵(參考文獻[13]重繪).

2. 問題定義

2.1 分析案例

圖4為本研究的雙拱形薄殼結構，以下文詳細說明之。兩拱形薄殼之兩側基部固定不動，用半徑為 r 的測頭(假設為剛體)緩緩施力於上部拱形薄殼，進行上拱形(參數下標以1表示)和下拱形(下標2)之接觸模擬計算，以觀察兩拱形薄殼之跳躍現象與接觸變形。



(a)

(b)

圖4. 雙拱形薄殼. (a) 側視圖, (b) 上視圖.

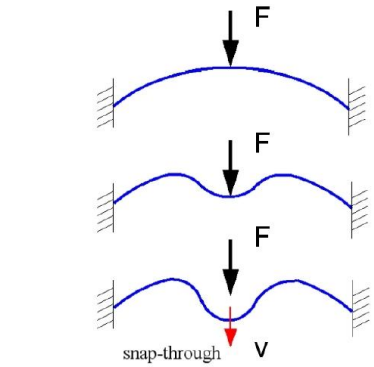
2.2 彈跳觸感比

彈跳觸感比(click ratio)為電子按鍵與拱形薄殼跳躍現象之重要參數，以下文敘述之。

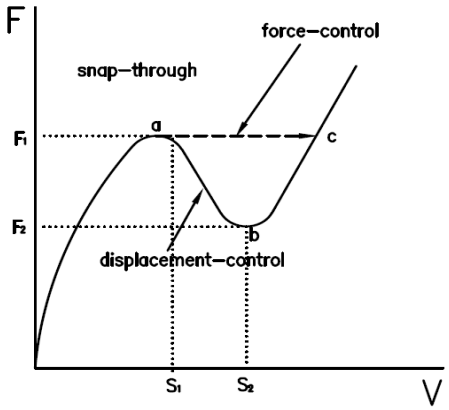
圖5為單一拱形薄殼跳躍現象的變形圖示和力-位移圖(force-displacement plot)。見圖5(a)，當 F 增加到臨界負載時，薄殼位移 v 會急增，此突發狀況即跳躍現象，亦為失穩狀態。圖5(b)為其力-位移圖，當採用力控制(force-control)時，力-位移關係為 a-c 路徑；當採用位移控制(displacement-control)時，則

為 *a-b-c* 路徑。無論是 *a-c* 路徑或是 *a-b-c* 路徑，均為失穩之跳躍現象。

以位移控制來說，*F* 到了最大值(*a* 點)之後，*F* 隨著位移 *v* 增加而下降(*a* 到 *b* 行程)，直到位移較大時 *F* 又變為上升的趨勢(*b* 到 *c* 行程)。*a* 到 *b* 之力量下降，起因於跳躍現象與位移控制模式，*a* 和 *b* 之間的變化，即用來定義彈跳觸感比。



(a)



(b)

圖5. 單拱形薄殼案例. (a) 變形圖, (b) 力-位移圖.

彈跳觸感比之定義如(1)式：

$$R_c = \frac{F_1 - F_2}{F_1} \times 100\% \qquad (1)$$

R_c之存在條件為 $F_1 > F_2$，若 $F_2 > F_1$ 便無法產生彈跳觸感比。

當使用者手指按壓按鍵時(即下壓拱形薄殼)，較大的R_c 值代表更明顯的彈跳觸感。然而，拱形薄殼可能會產生較大的塑性變形，另有R_c 值過大之不良狀況。根據文獻[14]，其提出的觸感設計為R_c=30~60% 範圍，這狀態能讓使用者感受到良好的彈跳觸感。

圖5 之F_1 為按壓過程之最大施力，如果 F_1 太大，操作者可能覺得吃力且較難操作按鍵。相反，F_1 太小則會造成操作者沒有觸覺或太容易觸動按鍵。從人因工程來看，操作最大施力F_1 = 5 N 為一參考建議值[15]。而根據文獻[14]，F_1建議值為1 N ~ 2.8 N之範圍。

由上述資料歸納，得出下列兩條設計準則：(1) R_c 較佳範圍 : 30%~60%, (2) F_1 較佳範圍 : 1~5 N。

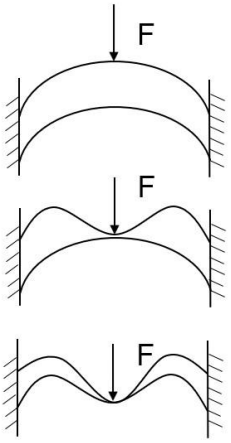


圖6. 雙拱形薄殼之變形.

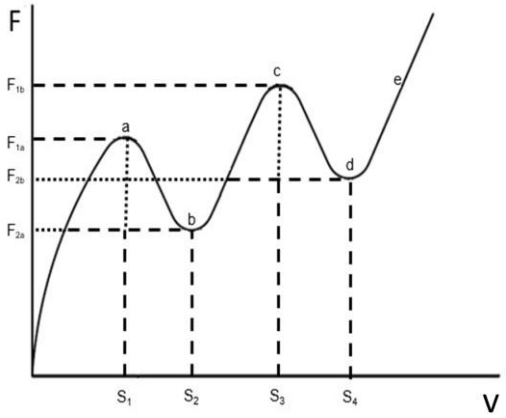


圖7. 雙拱形薄殼之力-位移圖.

若分析題目擴展為雙拱形薄殼，現象則會變為圖6和圖7。根據圖7，定義雙拱形薄殼之兩項彈跳觸感比，如(2)~(3)式：

$$R_{ca} = \frac{F_{1a} - F_{2a}}{F_{1a}} \times 100\% \qquad (2)$$

$$R_{cb} = \frac{F_{1b}-F_{2b}}{F_{1b}} \times 100\% \quad (3)$$

見圖7，在下壓行程中，先發生 *a-b-c* 路徑之彈跳(定義 R_{ca})，後續再發生 *c-d-e* 路徑彈跳(定義 R_{cb})。以相機對焦/快門之兩段式電子按鍵為例，R_{ca} 發生的第一階段即按壓對焦，R_{cb} 之第二階段即按下快門完成攝影。

表1. JIS SUS 301 EH 材料係數[8].

材料	楊氏模數 E (GPa)	普松比 ν	降伏強度 S_y (MPa)
JIS SUS 301 EH 不鏽鋼	186	0.30	1250

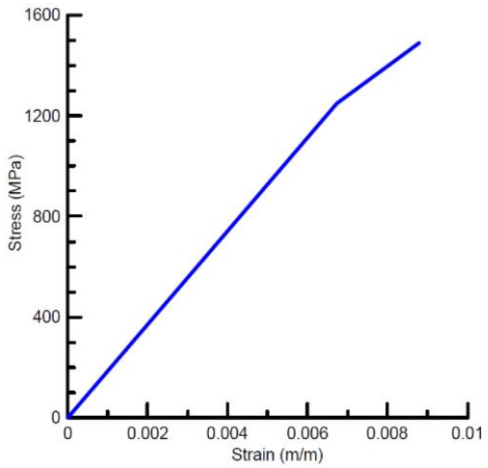


圖8. JIS SUS 301 EH 彈塑性真應力-真應變[8].

2.3 材料係數

在這項研究中，採用 JIS SUS 301 EH 不鏽鋼作為分析材料。表1 列出了不鏽鋼的基本材料係數，圖8則為彈塑性分析所需的真應力-真應變數據，採用雙線性(bi-linear)簡化與動態硬化(kinematic hardening)模式。以上資料參考自文獻[8]。

3. 有限元素分析

見圖9，這是以 ANSYS 軟體建立之有限元素模型之一，隨著幾何參數改變，此模型會有些許變化。

有限元素分析之考慮條件如下：(1)準靜態分析，(2)幾何非線性與大位移分析，(3)接觸分析，(4)彈塑性分析。

拱形薄殼是選用 ANSYS SHELL93元素來構成分析模型 。SHELL93 元素為8節點的高階殼元素，單節點有六個自由度(為三維)，為 UX、UY、UZ、ROTX、ROTY、ROTZ。

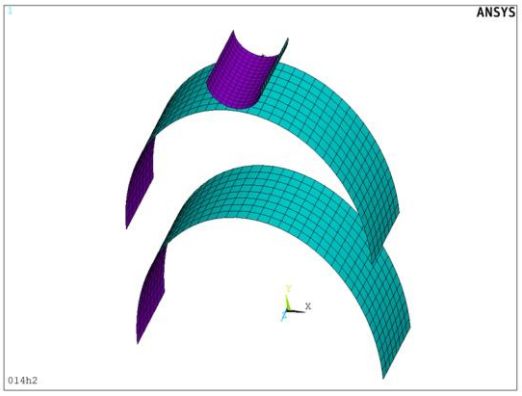


圖9. 有限元素模型.

在 ANSYS 中，依照圖4內容，於圖9之有限元素模型施加邊界條件。在兩件拱形殼之左右基部，設定為 ALL DOF=0，即六個自由度均為0，模擬固定鎖住。負載之施加，是採用位移控制，將下壓位移給定於測頭。

物體之間的接觸條件是使用 TARGE170 元素和 CONTA174 元素之接觸對(contact pair)設定。由於測頭的相對剛性高，因此將測頭設定為剛體，兩拱形薄殼則為變形體。接觸對之計算，考慮其非貫穿條件，故接觸物體可傳遞力量。此外，接觸分析將薄殼厚度影響列入數值計算，接觸面的摩擦係數則以材料參數方式輸入 ANSYS。在本文中，忽略表面摩擦效應。

4. 結果與討論

4.1 實驗比對

首先，本研究設計一款如圖10之實驗試片與夾治具，以比對有限元素分析結果。為便於測量，此實驗之雙拱形薄殼為放大之尺寸(非按鍵設計尺寸)，原料亦為 SUS 301不鏽鋼，以衝壓成形。

此外，必須留意此放大尺寸之實驗，僅供有限元素分析程序之驗證對照，並非用於類比或推估微型拱形薄殼之力學反應。

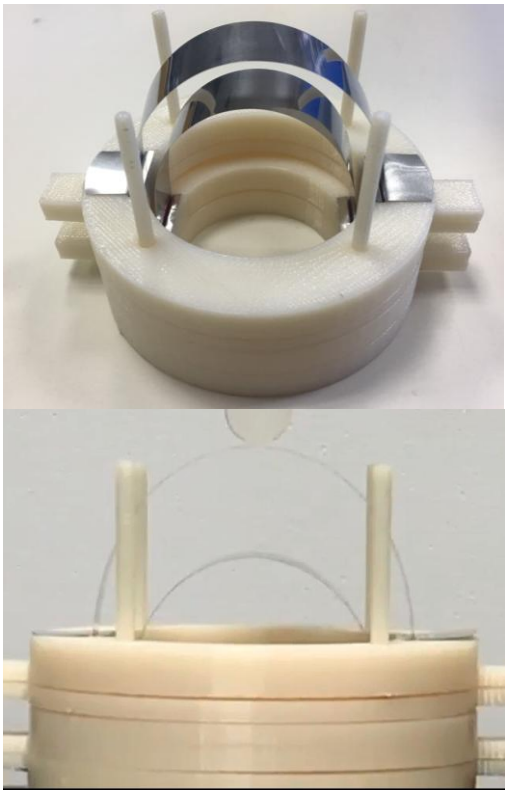


圖10. 實驗試片與夾治具.

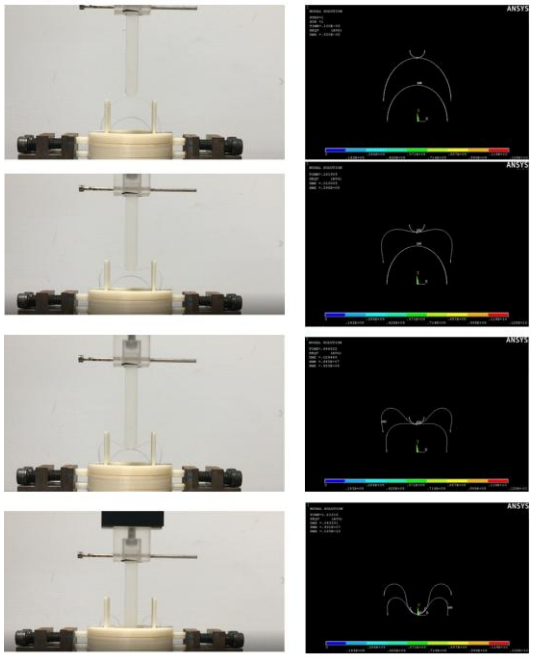


圖11. 測頭下壓過程 (設備: MTS 公司測試機).
左: 實驗, 右: 有限元素分析.

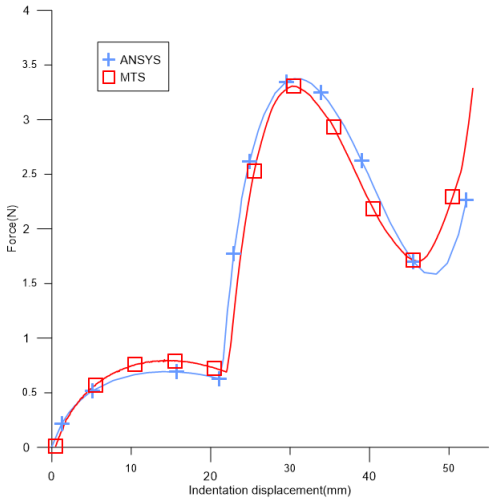


圖12. 測頭下壓過程之力-位移圖.
標示□: 實驗, 標示+: 有限元素分析.

圖11為測頭下壓過程之實驗與有限元素分析變形結果，可見兩者十分接近。在量化方面，圖12為下壓過程之力-位移圖，可見主要下壓過程之實驗與有限元素分析數值差距很小，進一步驗證本文有限元素分析程序之精確性。

4.2 討論變數：寬度 W_1

由本節開始之內容，是針對微小按鍵之拱形薄殼尺寸進行討論，不再使用4.1節之尺寸。

茲採用下列尺寸為原設計：W_1=W_2= 3 mm、t_1= t_2= 0.05 mm、L_1 =L_2 = 4.5 mm、H_1 =H_2 = 1.33 mm、d=3.4 mm、r = 1 mm。本節以寬度 W_1 為變數，數值範圍是 1~6 mm。

首先，將一個負載循環(loading cycle)定義為：測頭逐漸下壓於薄殼，到達最大行程 S_{max} (即位移量)時停止，然後測頭逆行往上移動至原位置。測頭最大行程給定為 S_{max} = 11 mm。

根據文獻[8]，當給定五個負載循環，拱形薄殼在第一負載循環會產生塑性變形，然而在第二負載循環開始具有穩定的重現性，即第二至第五負載循環之力-位移曲線答案幾乎一樣。為了確保答案穩定，本研究採用第五負載循環結果進行討論。

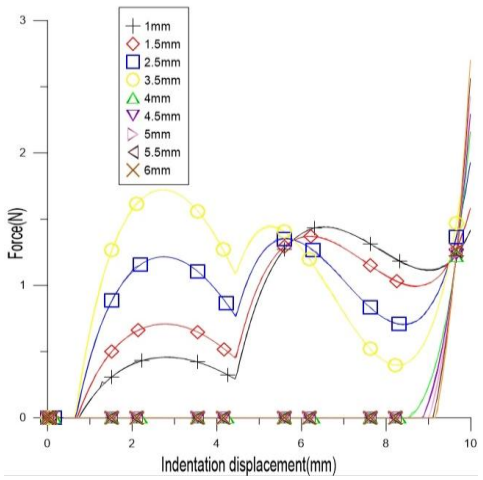
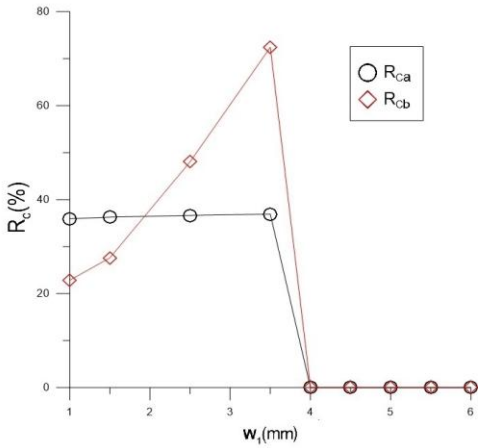
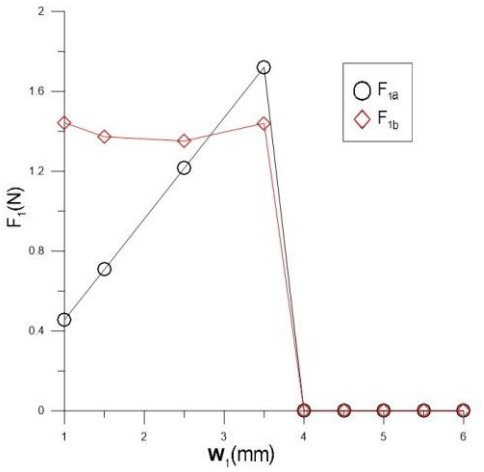


圖13. 拱型薄殼之力與位移關係：W_1 為變數.



(a)



(b)

圖14. (a)彈跳觸感比,(b)最大施力(W_1 為變數).

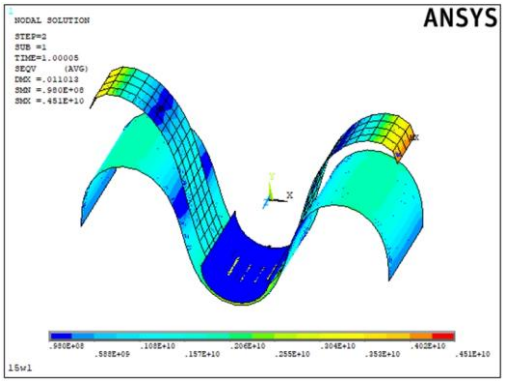
圖13顯示此雙拱形薄殼第五循環的力-位移關係。單取 W_1 =2.5 mm 之變化曲線來看，可見到兩個起伏，此即雙拱形薄殼造成之兩段式跳躍現象。

見圖14(a)，當寬度 W_1在1 mm~3.5 mm 範圍，W_1越寬則觸感 R_{cb} 逐漸增加，而 R_{ca} 幾乎沒變化。當 W_1超過4 mm 就會因塑性區過大而產生永久變形，以致無法產生觸感比 R_c。

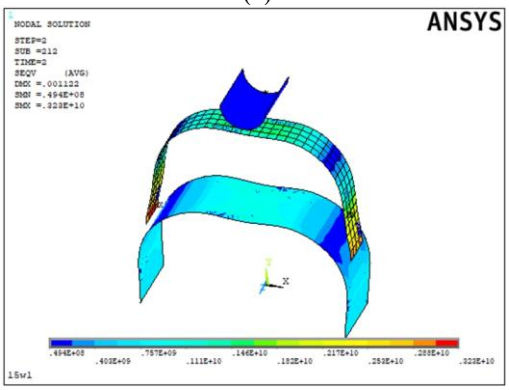
見圖14(b)，W_1在1 mm~3.5 mm 範圍，W_1 越寬，最大施力 F_{1a} 越大，F_{1b} 則呈現曲線分布但數值變化不大。

不同數值的 W_1，會得到不同的力-位移關係和應力場變化，某些幾何組成亦造成大塑性區與嚴重永久變形。本研究為「位移控制」加載，使用剛體下壓，當採用相同的下壓位移時，越寬的 W_1會產生較大的反作用力，導致嚴重永久變形。

當 W_1遠大於拱形半徑時，x-y 切面之二維簡化分析模式，將趨近於平面應變(plane strain)，可推測其寬度效應會消失。

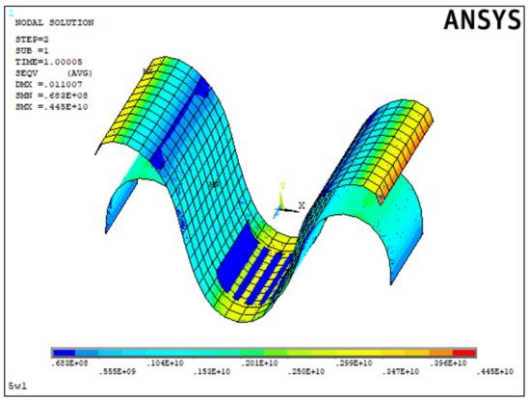


(a)

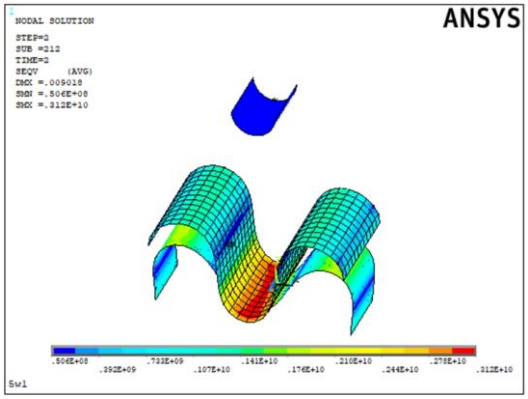


(b)

圖15. W_1 為1.5 mm. (a) 測頭下壓至 S_{max} 之變形, (b) 測頭回原點之變形.



(a)



(b)

圖16. W_1 為4.5 mm. (a) 測頭下壓至 S_{max} 之變形, (b) 測頭回原點之變形.

根據圖15和16，比較 W_1 =1.5 mm 和4.5 mm 之結果，最大不同處為 W_1=4.5 mm 之例產生嚴重永久變形，致使上下拱形薄殼皆無法回彈(此時測頭已回原點)，其彈跳觸感比不再存在，意即失去產品功能。

回顧前述之按鍵設計準則：(1) R_c 較佳範圍：30%~60%，(2) F_1 較佳範圍：1~5 N。若設計要合乎準則，可根據圖14數據，進一步選用 R_{ca}、R_{cb}、F_{1a}、F_{1b}。而後續章節之雙拱形薄殼選用，皆可採同理方法。

4.3 其他變數之討論

後續研究仍以原設計尺寸為基準，變數指定為 W_2、t_1、 t_2 、L_1、L_2、H_1、H_2、d 之其一。各單一變數之分析結果，如圖17~32。

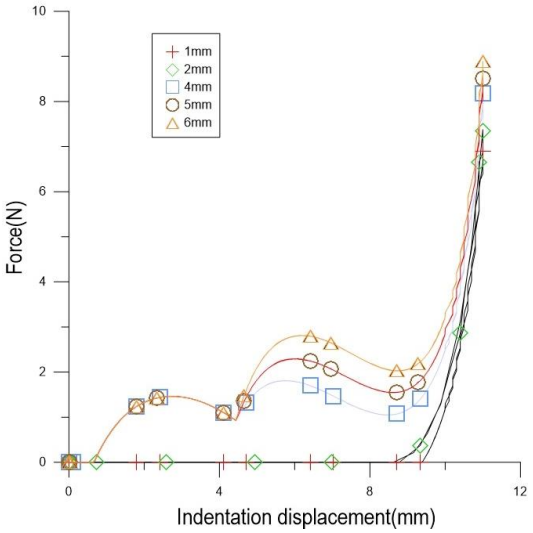
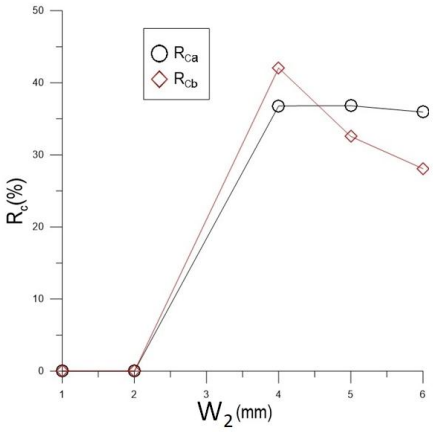
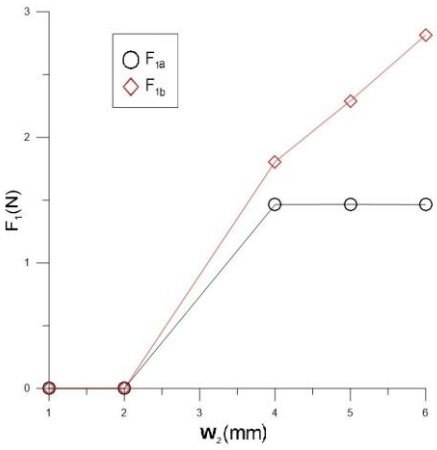


圖17. 以 W_2 為變數：力與位移關係.



(a)



(b)

圖18. 以 W_2 為變數：(a)彈跳觸感比, (b)最大施力.

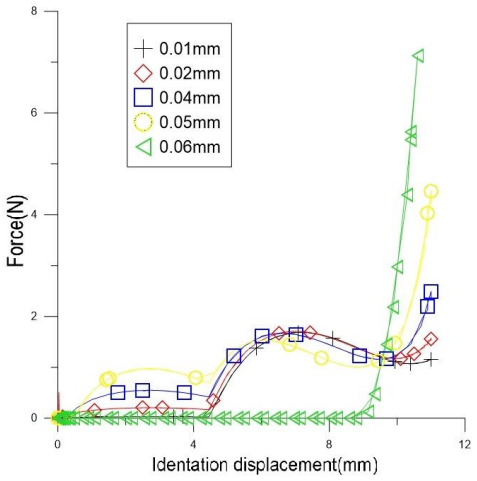


圖19. 以 t_1 為變數：力與位移關係.

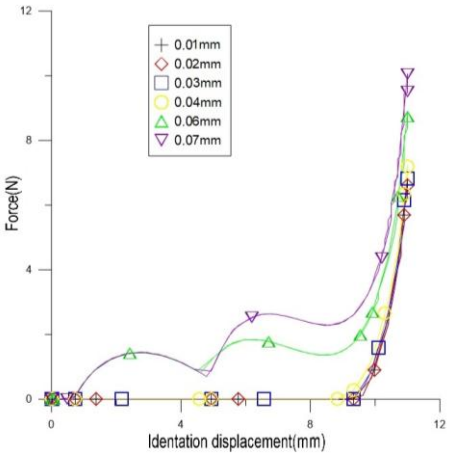
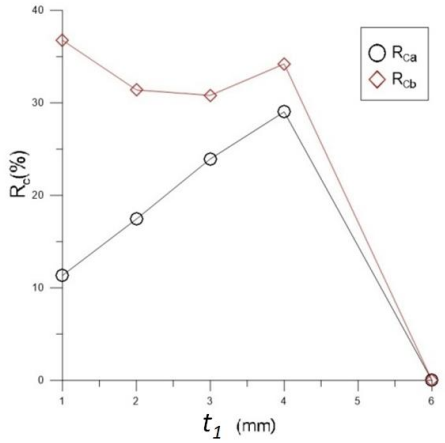
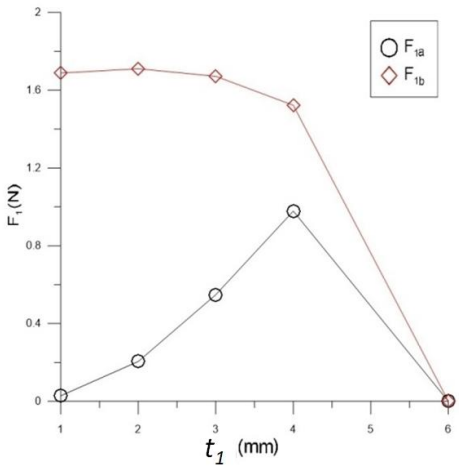


圖21. 以 t_2 為變數：力與位移關係.

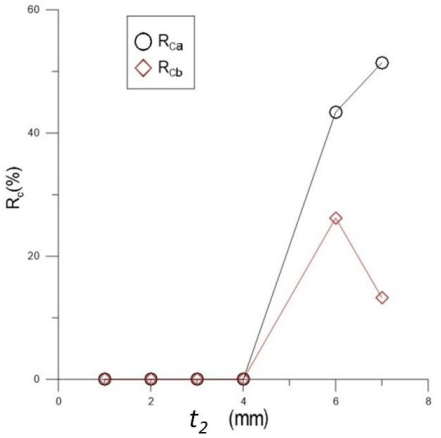


(a)

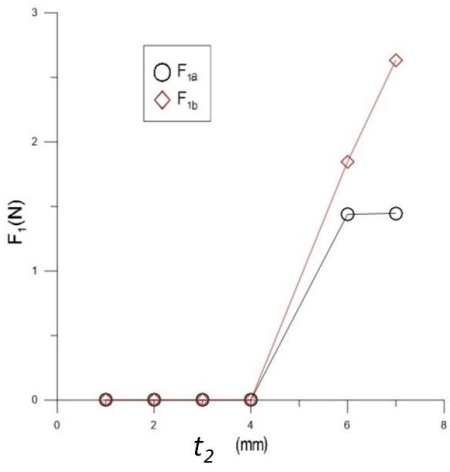


(b)

圖20. 以 t_1 為變數：(a)彈跳觸感比, (b)最大施力.



(a)



(b)

圖22. 以 t_2 為變數：(a)彈跳觸感比, (b)最大施力.

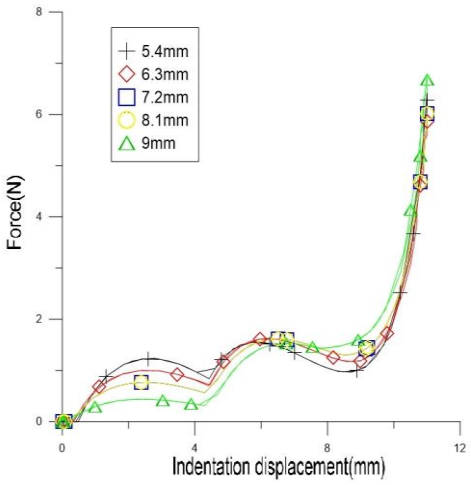


圖23. 以 L_1 為變數：力與位移關係.

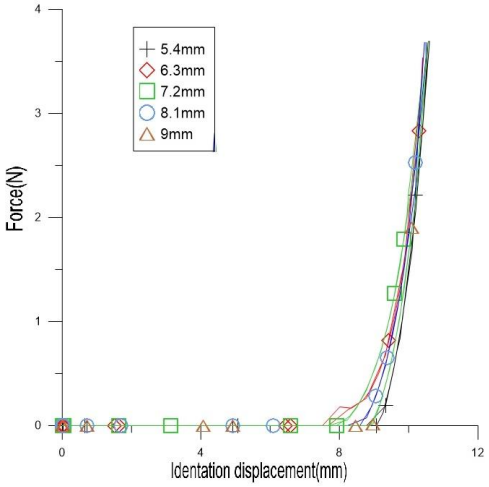
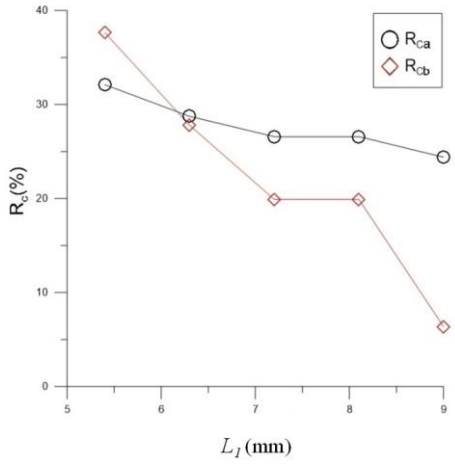
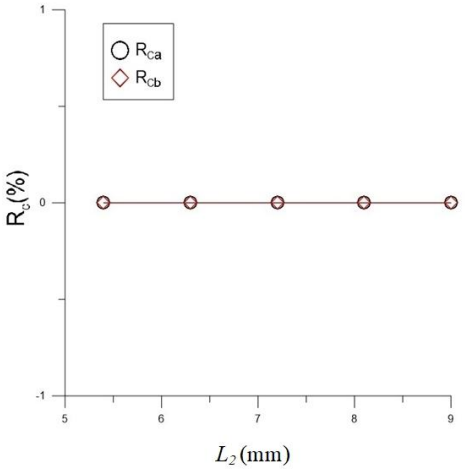


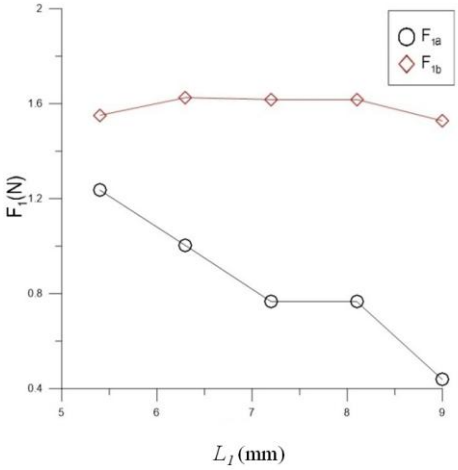
圖25. 以 L_2 為變數：力與位移關係.



(a)

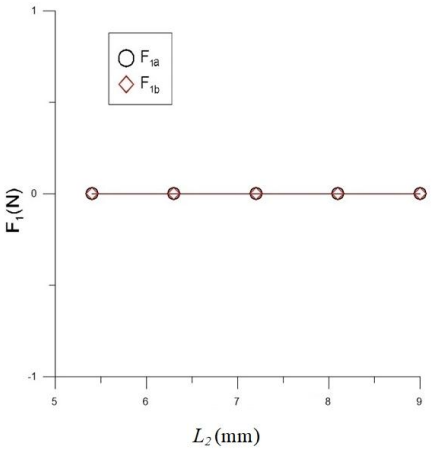


(a)



(b)

圖24. 以 L_1 為變數：(a)彈跳觸感比, (b)最大施力.



(b)

圖26. 以 L_2 為變數：(a)彈跳觸感比, (b)最大施力.

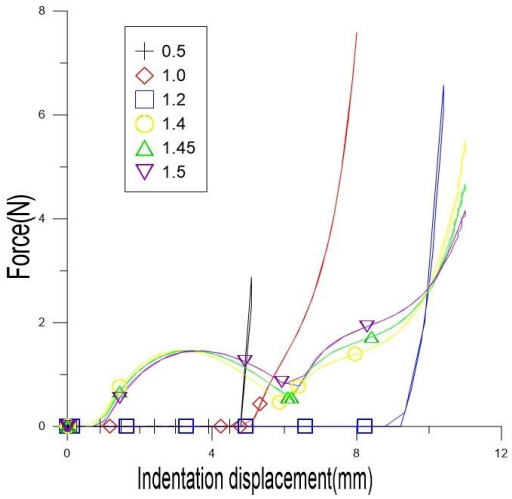


圖27. 以 H_1 為變數：力與位移關係.

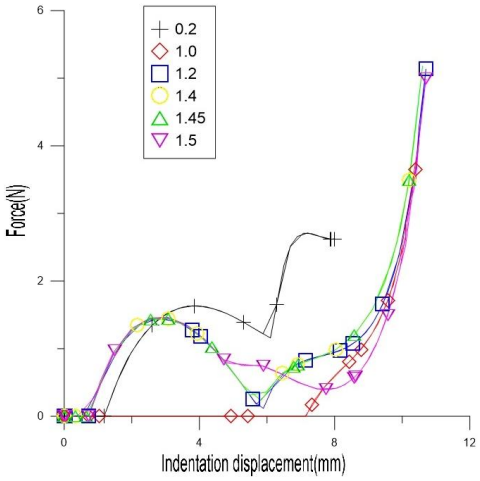
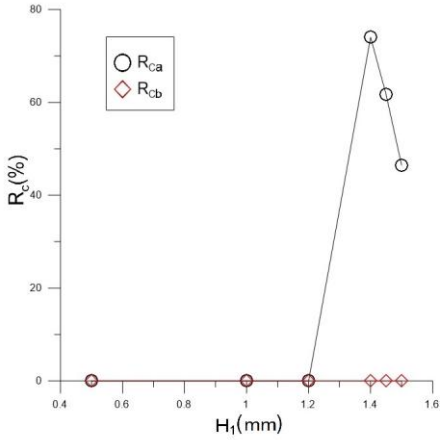
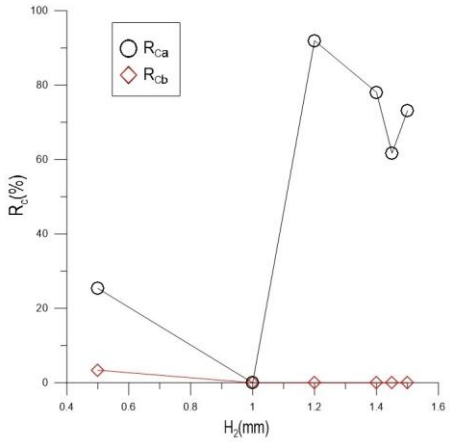


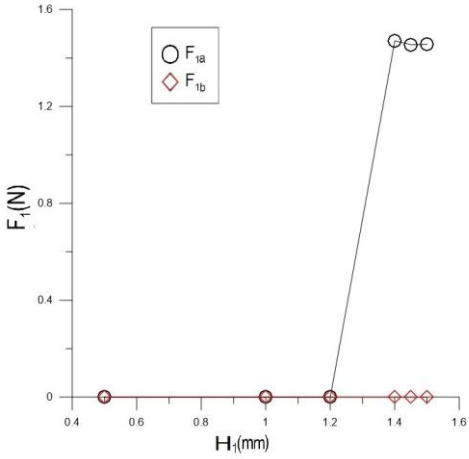
圖29. 以 H_2 為變數：力與位移關係.



(a)

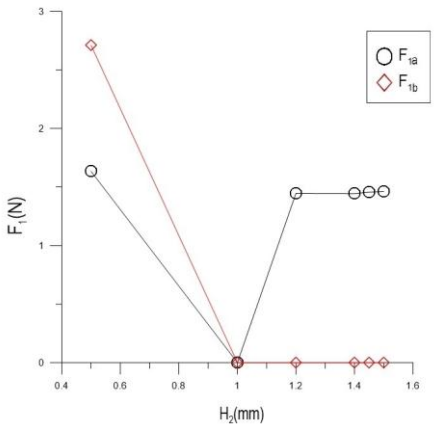


(a)



(b)

圖28. 以 H_1 為變數：(a)彈跳觸感比, (b)最大施力.



(b)

圖30. 以 H_2 為變數：(a)彈跳觸感比, (b)最大施力.

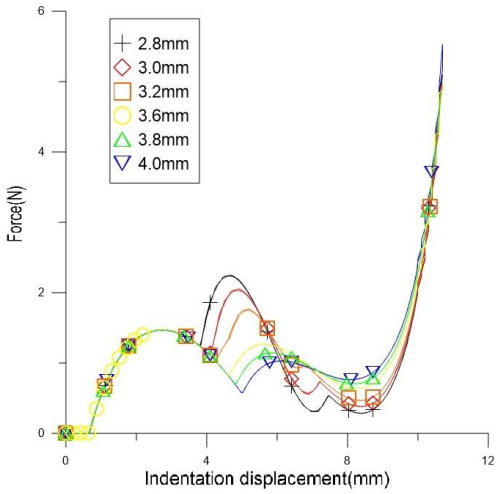
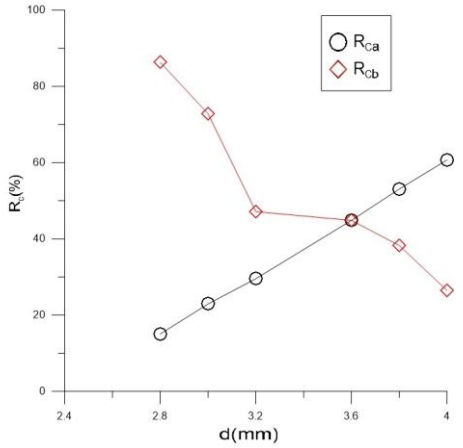
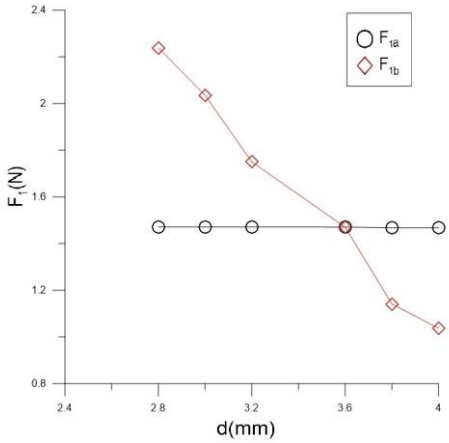


圖31. 以 *d* 為變數：力與位移關係.



(a)



(b)

圖32. 以 *d* 為變數：(a)彈跳觸感比, (b)最大施力.

表2. R_{ca} 和 R_{cb} 變化趨勢 .

參數	R_{ca} 變化趨勢	R_{cb} 變化趨勢
W_1	W_1<4mm,遞增	W_1<4mm,遞增
	W_1>4mm,失效	W_1>4mm,失效
W_2	W_2<3mm,失效	W_2<3mm,失效
	W_2>3mm,不變	W_2>3mm,遞增
t_1	t_1<4mm,遞增	t_1<4mm, 圓弧(開口朝上)
	t_1>4mm,失效	t_1>4mm,失效
t_2	t_2<4mm,失效	t_2<4mm,失效
	4mm> t_2>7mm,遞增	4mm> t_2>7mm,遞增
	t_2>7mm,失效	t_2>7mm,失效
L_1	遞減	遞減
L_2	失效	失效
H_1	H_1>5.985mm,遞減	失效
	H_1<5.985mm,失效	
H_2	H_2<4.5mm,遞減至零	失效
	H_2>4.5mm,遞減	
d	遞增	遞減

表3. F_{1a} 和 F_{1b} 變化趨勢 .

參數	F_{1a} 變化趨勢	F_{1b} 變化趨勢
W_1	W_1<4mm,遞增	W_1<4mm,圓弧(開口朝上)
	W_1>4mm,失效	W_1>4mm,失效
W_2	W_2<3mm,失效	W_2<3mm,失效
	W_2>3mm,不變	W_2>3mm,遞增
t_1	t_1<4mm,遞增	t_1<4mm,遞減
	t_1>4mm,失效	t_1>4mm,失效
t_2	t_2<4mm,失效	t_2<4mm,失效
	4mm> t_2>7mm,遞增	4mm> t_2>7mm,遞增
	t_2>7mm,失效	t_2>7mm,失效
L_1	遞減	5.4mm> L_1>6.3mm,遞增
		6.3mm> L_1>8.1mm,圓弧(開口朝上)
		8.1mm> L_1,遞減
L_2	失效	失效
H_1	H_1>5.985mm,遞減	失效
	H_1<5.985mm,失效	
H_2	H_2<4.5mm,遞減至零	H_2<4.5mm,遞減至零
d	遞減	遞減

依據分析結果，歸納出表2和表3之量化結果，亦列出以下重點說明：

1. 當拱形薄殼變形量過大時，會產生塑性變形。
2. 下層拱形薄殼如距離上層過遠、厚度過薄及寬度太窄，會無法產生彈跳觸感。
3. 拱形薄殼如厚度過厚、寬度過寬，會造成塑性變形以致無法產生彈跳觸感。

4. 當拱形薄殼本身過薄及過窄，觸感比就會不明顯。
5. 寬度 W_1 在 1 mm~3.5 mm 範圍，寬度 W_1 越寬，R_{cb} 逐漸增加，而 R_{ca} 幾乎沒變化。寬度 W_1 超過 4 mm 就會產生嚴重永久變形以致失去彈跳觸感。
6. 寬度 W_2 高於 2 mm，寬度 W_2 越寬，觸感比 R_{cb} 和施力 F_{1b} 會逐漸增加。寬度 W_2 低於 2 mm，回彈量不足所以無法產生觸感比。
7. 厚度 t_1 在 1 mm~5 mm 範圍，厚度 t_1 越厚，觸感比 R_{ca} 會逐漸增加。厚度 t_1 超過 6 mm 就會產生永久變形以致無法產生觸感比。
8. 厚度 t_2 超過 5mm，才會產生觸感比。
9. 當 L_1 逐漸變大，觸感比 R_{ca} 和施力 F_{1a} 會逐漸降低。
10. 當 L_2 逐漸變大，導致回彈量不足，無法產生觸感比。
11. 高度 H_1 超過 5.95 mm 才能產生觸感比，並且觸感比 R_c 會逐漸降低。
12. 高度 H_2 在本研究範圍，可說只能產生觸感比 R_{ca}，而觸感比 R_{cb} 值很小或為零。

當間距 d 逐漸增加，觸感比 R_{ca} 會增加，觸感比 R_{cb} 則會減少。

5. 結論

本文利用有限元素軟體ANSYS，針對九個幾何變數進行分析，每種模擬均進行五個負載循環，取第五循環之彈跳觸感比與最大施力進行參變數探討。

在某些幾何條件下，觸感比值會很小或為零，如此結果會造成彈跳觸感消失，意即按鍵功能失效，這一結論十分重要。

此外，根據文獻[10,11]之歸納，可得下列兩條設計準則：(1) R_c 較佳範圍 : 30%~60%, (2) F_1 較佳範圍 : 1~5 N。

兩段式按鍵之雙拱形薄殼需借助金屬良好的導通性，以及穩定的回彈力和正向接觸力，以達到傳輸電子訊號的功能，且保持彈跳觸感效果。

經由本文內容可知，盲目追求結構微型化或不當的幾何參數配置，可能會引發塑性過大且回彈量不足，進而導致彈跳觸感完全消失與按鍵功能失效。

6. 致謝

感謝教育部與明志科技大學對本研究之經費補助支持。補助包括以下三項目：(1) 明志校內計畫：兩段式按鍵薄殼元件之結構設計與非線性有限元素分析(編號：VL001-1100-109)。(2) 明志科技大學研究中心傳習計畫：固體力學理論在產品設計之應用。(3) 教育部經費補助採購 ANSYS、Solid Works、Siemens NX/Simcenter、SmartDO 軟體。

7. 參考文獻

1. B. Do, A. Bo, *Buckling of Bars, Plates, and Shells*. McGraw-Hill, 1975. ISBN-10: 0070085935.
2. G. Wempner, D. Talaslidis, *Mechanics of Solids and Shells: Theories and Approximations*. CRC Press, 2003. ISBN-10:0849396540.
3. J. F. Mescall (1965), "Deflection of spherical shells under concentrated loads." *J. Appl. Mech.*, Vol. 32, pp. 936-938.
4. J. V. Huddleston (1968), "Finite deflections and snap-through of high circular arches." *J. Appl. Mech.*, Vol. 35, pp. 763-769.
5. K. J. Bathe, H. Ozdemir (1976), "Elastic-plastic large deformation static and dynamic analysis." *Computers and Structure*, Vol. 6, pp. 81-92.
6. R. D. Wood, O. C. Zienkiewicz (1977), "Geometrically nonlinear finite element analysis of beams, frames, arches and axisymmetric shells." *Computers and Structure*, Vol. 7, pp. 723-725.
7. I. Breslavsky, K. V. Avramov, Y. Mikhlin, R. Kochurov (2008), "Nonlinear modes of snap-through motions of a shallow arch." *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 311,

pp. 297-313.

8. T.J.C. Liu, N.P. Lin (2018), “Snap-through behavior of arch shell for button or switch design in electronic products.” *Journal of the Institute of Industrial Applications Engineers*, Vol. 6, No. 4, pp. 156–164. (日本産業応用工学会英文期刊)
9. G.L. She, Y.R. Ren, K.M. Yan (2019), “On snap-buckling of porous FG curved nanobeams.” *Acta Astronautica*, Vol. 161, pp. 475–484.
10. C. Qiao, L. Liu, D. Pasini (2020), “Elastic thin shells with large axisymmetric imperfection: from bifurcation to snap-through buckling.” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 141, 103959.
11. H.M. Ouakad, K.K. Zur (2022), “On the snap-through buckling analysis of electrostatic shallow arch micro-actuator via meshless Galerkin decomposition technique.” *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 134, pp. 388–397.
12. X.T. He, J.M. Yin, M.W. Luo, H. Chang, J.Y. Sun (2025), “Snap-through buckling of elliptic paraboloid thin shallow shells with bimodular effect.” *Structures*, Vol. 80, 110060.
13. 洪文仁，改良之二段式接觸彈片，中華民國專利公報，號碼：M361194，公告日期：2009/07/11。
14. T. Tomitsuka, S. Ajimura, T. Kawahira, Y. Noguchi (2003), “Metal dome for a mobile communication terminal equipment.” *Fujikura Tech. Rev.*, Vol. 104, pp. 42-46. (in Japanese)
15. 馬如宏，人因工程。北京大學出版社，2011，ISBN-10:7301192917。