

單相電容式電動機穩態性能計算的數學模式

Single-Phase Capacitor Motors' Mathematical Model for Performance Calculations in the Steady-State

吳添保

Tian-Bao Wu

摘要

根據美國標準協會 ASA C42.10 定義[1]: 電容式電動機乃是主繞組與電源直接連接以及輔助繞組與電容串聯連接的單相感應電動機。其有三種型式, 定義如下:

1. “電容起動電動機”乃電容相僅在起動期間參與送電。
2. “永久分相電容電動機”則在起動與運轉情況下有相同的電容值。
3. “雙值電容電動機”為在起動與運轉中使用不同的有效電容值。

本文旨在提供上述各種單相電容式電動機穩態性能計算的數學模式。可作為性能計算值準確度的驗證。據此, 可幫助設計者(或使用者)使其性能計算公式與技巧趨於完美。

關鍵詞: 電容式電動機, 主繞組, 輔助繞組, 單相感應電動機, 穩態, 性能計算。

ABSTRACT

According to the American Standard Association ASA C42.10 definition:

A capacitor motor is a single-phase induction motor with a main winding arranged for direct connection to a source of power and an auxiliary winding connected in series with a capacitor. There are three types of capacitor motors that are defined as follows:

1. A capacitor-start motor is a capacitor motor in which the capacitor phase in the circuit only during the starting period.
2. A permanent -split capacitor motor is a capacitor motor having the same value of capacitance for both starting and running conditions.
3. A two-value capacitor motor is a capacitor motor with different values of effective capacitance for the starting and running connections.

This paper aims to provide the designer (or user) with various single-phase capacitor motors' mathematical model for performance calculations in the steady-state. They can afford a check on the accuracy of performance calculations, and thereby help the designer (or user) perfect his performance calculating formulas and techniques.

Key Words : capacitor motor, main winding, auxiliary winding, single-phase induction motor, steady-state, performance calculations.

一、前言

多相電力系統中兩種最主要的交流電機為同步機和感應機，這兩種型式的電機大部分皆安裝於大型工業及商業的場所。但是家庭和小型商業區中因缺乏三相電源的供應，因此在這些地區大部分的電動機都是以單相電源來驅動。單相感應電動機是一種很普遍的單相電動機，但單相感應電動機在使用上有一個很大的障礙，即單相電源無法像三相電源一樣可以產生旋轉磁場，因此單相感應電動機沒有起動轉矩。換言之，單相感應電動機所產生的磁場為一脈動的駐波，其磁場固定在某一位置，大小隨著時間開始變大變小，然後變正變負，但始終保持在相同位置，其平均轉矩恆為零。

單相感應電動機沒有內生的起動轉矩，但一旦開始轉動，它們的轉矩-速度特性曲線幾乎與相同大小的三相感應電動機一樣好。起動則可以外加輔助繞組以產生與主繞組不同相位的電流或使用蔽極線圈的方式來完成。單相感應電動機大致上可分為三類，即分相式電動機、電容式電動機及蔽極式電動機。單相電容式電動機有三種型式如摘要所述。

本文旨在提供上述各種單相電容式電動機穩態性能計算的數學模式。據此，可幫助設計者(或使用者)使其性能計算公式與技巧趨於完美。

二、理論分析

純單相感應電動機由於無旋轉磁場，故無法自行起動；一旦開始旋轉後，便能產生轉矩，有兩種理論可說明此一現象：其一為雙轉磁場理論[2]，其二為交叉磁場理論[3]。交叉磁場理論屬於定性分析，有別於雙轉磁場理論的定量分析，故不在本文贅述。圖 1 為以雙轉磁場理論分析的單相電容式電動機換算至主繞組側的等效電路圖，此圖因同時有速率電勢與變壓器電勢導致分析困難，因此可以圖 2[4]來簡化之。

2.1 雙轉磁場理論

圖 1 的等效電路以主繞組為基準，圖 2 的等效電路則是主、輔繞組分別以互感表示的分相圖，兩圖互為等效。

因此，從圖 2 中得知主繞組側的 $\tilde{\mathbf{E}}_m - \mathbf{j}\tilde{\mathbf{E}}_{fa}/a$ 其實就是圖 1 的 $\tilde{\mathbf{Z}}_f(\tilde{\mathbf{I}}_m - \mathbf{j}a\tilde{\mathbf{I}}_a)$ ，也就是由主、輔繞組成電流對正向旋轉磁場阻抗 $\tilde{\mathbf{Z}}_f$ 造成的應電勢 $\tilde{\mathbf{E}}_f$ ；同理，主繞組側的 $\tilde{\mathbf{E}}_{bm} + \mathbf{j}\tilde{\mathbf{E}}_{ba}/a$ 其實就是圖 1 的 $\tilde{\mathbf{Z}}_b(\tilde{\mathbf{I}}_m + \mathbf{j}a\tilde{\mathbf{I}}_a)$ ，也就是由主、輔繞組成電流對逆向旋轉磁場阻抗 $\tilde{\mathbf{Z}}_b$ 造成的應電勢 $\tilde{\mathbf{E}}_b$ 。

由圖 2 得知不對稱的漏阻抗 $\tilde{\mathbf{Z}}_l$ 、 $\tilde{\mathbf{Z}}_{la}$ 以外的對稱阻抗元件電勢分別為

$$\tilde{\mathbf{E}}_{fm} = \tilde{\mathbf{I}}_m \tilde{\mathbf{Z}}_f \quad (1)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_{bm} = \tilde{\mathbf{I}}_m \tilde{\mathbf{Z}}_b \quad (2)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_{fa} = a^2 \tilde{\mathbf{I}}_a \tilde{\mathbf{Z}}_f \quad (3)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_{ba} = a^2 \tilde{\mathbf{I}}_a \tilde{\mathbf{Z}}_b \quad (4)$$

$$-\mathbf{j} \frac{\tilde{\mathbf{E}}_{fa}}{a} = -\mathbf{j}a \tilde{\mathbf{I}}_a \tilde{\mathbf{Z}}_f \quad (5)$$

$$+\mathbf{j} \frac{\tilde{\mathbf{E}}_{ba}}{a} = +\mathbf{j}a \tilde{\mathbf{I}}_a \tilde{\mathbf{Z}}_b \quad (6)$$

$$+\mathbf{j}a \tilde{\mathbf{E}}_{fm} = +\mathbf{j}a \tilde{\mathbf{I}}_m \tilde{\mathbf{Z}}_f \quad (7)$$

$$-\mathbf{j}a \tilde{\mathbf{E}}_{bm} = -\mathbf{j}a \tilde{\mathbf{I}}_m \tilde{\mathbf{Z}}_b \quad (8)$$

上式中

$\tilde{\mathbf{E}}_{fm}$ ：主繞組側電流 $\tilde{\mathbf{I}}_m$ 流經正向旋轉磁場阻抗 $\tilde{\mathbf{Z}}_f$ 的應電勢(V)

$\tilde{\mathbf{E}}_{bm}$ ：主繞組側電流 $\tilde{\mathbf{I}}_m$ 流經逆向旋轉磁場阻抗 $\tilde{\mathbf{Z}}_b$ 的應電勢(V)

$\tilde{\mathbf{E}}_{fa}$ ：輔助繞組側電流 $\tilde{\mathbf{I}}_a$ 流經正向旋轉磁場阻抗 $a^2 \tilde{\mathbf{Z}}_f$ 的應電勢(V)

$\tilde{\mathbf{E}}_{ba}$ ：輔助繞組側電流 $\tilde{\mathbf{I}}_a$ 流經逆向旋轉磁場阻抗 $a^2 \tilde{\mathbf{Z}}_b$ 的應電勢(V)

a ：輔助繞組對主繞組的有效匝比

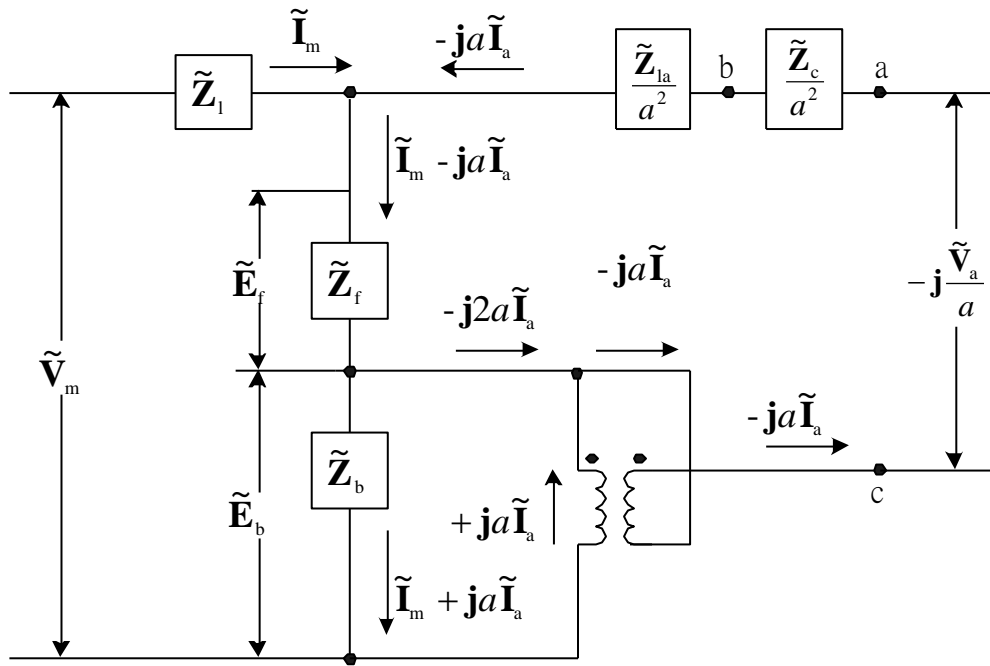


圖 1 單相電容式電動機等效電路圖

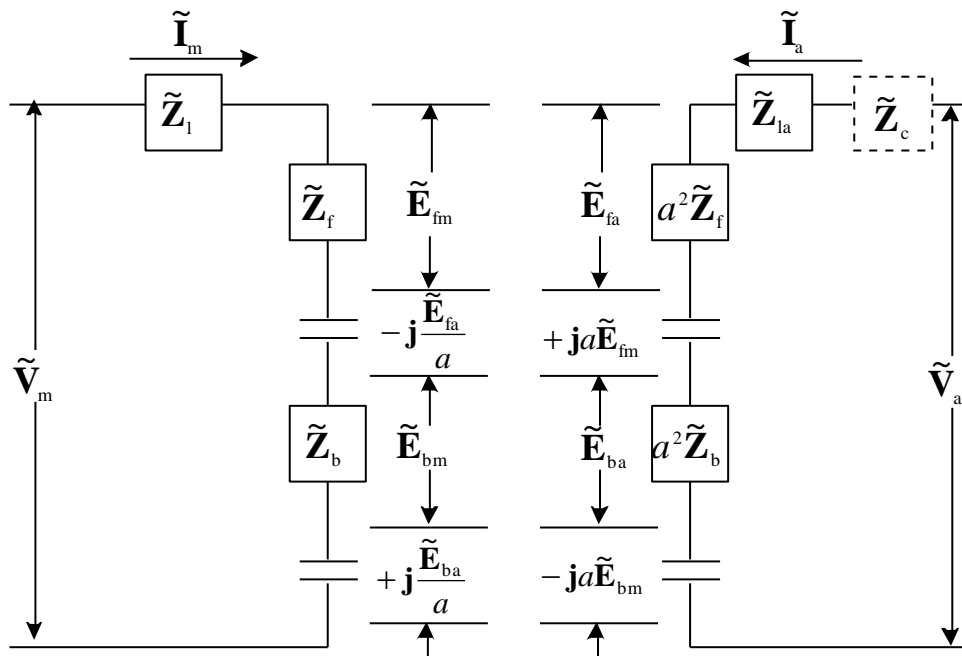


圖 2 單相電容式電動機的等效電路圖主、輔繞組分相圖

端電壓 $\tilde{\mathbf{V}}_m$ 、 $\tilde{\mathbf{V}}_a$ 分別可表為

$$\tilde{\mathbf{V}}_m = \tilde{\mathbf{I}}_m \tilde{\mathbf{Z}}_l + \tilde{\mathbf{I}}_m \tilde{\mathbf{Z}}_f + \tilde{\mathbf{I}}_m \tilde{\mathbf{Z}}_b - a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_a \tilde{\mathbf{Z}}_f + a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_a \tilde{\mathbf{Z}}_b \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_a = \tilde{\mathbf{I}}_a \tilde{\mathbf{Z}}_{la} + \tilde{\mathbf{I}}_a \tilde{\mathbf{Z}}_c + a^2 \tilde{\mathbf{I}}_a \tilde{\mathbf{Z}}_f + a^2 \tilde{\mathbf{I}}_a \tilde{\mathbf{Z}}_b + a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_m \tilde{\mathbf{Z}}_f - a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_m \tilde{\mathbf{Z}}_b \quad (10)$$

式(9)與式(10)分別可簡化成

$$\tilde{\mathbf{V}}_m = \tilde{\mathbf{I}}_m (\tilde{\mathbf{Z}}_l + \tilde{\mathbf{Z}}_f + \tilde{\mathbf{Z}}_b) - a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_a (\tilde{\mathbf{Z}}_f - \tilde{\mathbf{Z}}_b) \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_a = \tilde{\mathbf{I}}_a (\tilde{\mathbf{Z}}_{la} + \tilde{\mathbf{Z}}_c + a^2 \tilde{\mathbf{Z}}_f + a^2 \tilde{\mathbf{Z}}_b) + a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_m (\tilde{\mathbf{Z}}_f - \tilde{\mathbf{Z}}_b) \quad (10)$$

令 $\tilde{\mathbf{Z}}_T = (\tilde{\mathbf{Z}}_l + \tilde{\mathbf{Z}}_f + \tilde{\mathbf{Z}}_b)$ 以及

$\tilde{\mathbf{Z}}_{Ta} = (\tilde{\mathbf{Z}}_{la} + \tilde{\mathbf{Z}}_c + a^2 \tilde{\mathbf{Z}}_f + a^2 \tilde{\mathbf{Z}}_b)$

，則兩個電壓 $\tilde{\mathbf{V}}_m$ 、 $\tilde{\mathbf{V}}_a$ 可表示為

$$\tilde{\mathbf{V}}_m = \tilde{\mathbf{Z}}_T \tilde{\mathbf{I}}_m - a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_a (\tilde{\mathbf{Z}}_f - \tilde{\mathbf{Z}}_b) \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_a = \tilde{\mathbf{Z}}_{Ta} \tilde{\mathbf{I}}_a + a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_m (\tilde{\mathbf{Z}}_f - \tilde{\mathbf{Z}}_b) \quad (12)$$

聯立上二式可得電流 $\tilde{\mathbf{I}}_m$ 、 $\tilde{\mathbf{I}}_a$ 分別為

$$\tilde{\mathbf{I}}_m = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_m \tilde{\mathbf{Z}}_{Ta} + a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{V}}_a (\tilde{\mathbf{Z}}_f - \tilde{\mathbf{Z}}_b)}{\tilde{\mathbf{Z}}_T \tilde{\mathbf{Z}}_{Ta} - a^2 (\tilde{\mathbf{Z}}_f - \tilde{\mathbf{Z}}_b)^2} \quad (13)$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_a = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_a \tilde{\mathbf{Z}}_T - a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{V}}_m (\tilde{\mathbf{Z}}_f - \tilde{\mathbf{Z}}_b)}{\tilde{\mathbf{Z}}_T \tilde{\mathbf{Z}}_{Ta} - a^2 (\tilde{\mathbf{Z}}_f - \tilde{\mathbf{Z}}_b)^2} \quad (14)$$

上式中

$\tilde{\mathbf{V}}_m$: 主繞組單獨運轉時的端電壓(V)

$\tilde{\mathbf{V}}_a$: 輔繞組單獨運轉時的端電壓(V)

$\tilde{\mathbf{I}}_m$: 流經主繞組的電流(A)

$\tilde{\mathbf{I}}_a$: 流經輔助繞組的電流(A)

$\tilde{\mathbf{Z}}_l$: 主繞組的漏阻抗(Ω)

$\tilde{\mathbf{Z}}_{la}$: 輔助繞組的漏阻抗(Ω)

$\tilde{\mathbf{Z}}_c$: 電容抗(Ω)

2.2 對稱成分法

圖 3(a)與圖 3(b)分別為不平衡兩相電動機的主

繞組及輔助繞組對稱成分法的等效電路^[5]，以下為上兩圖的公式推導：

$$\tilde{\mathbf{V}}_m = \tilde{\mathbf{V}}_p + \tilde{\mathbf{V}}_n \quad (15)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_a' = \mathbf{j}\tilde{\mathbf{V}}_p - \mathbf{j}\tilde{\mathbf{V}}_n \quad (16)$$

$$\text{或 } \tilde{\mathbf{V}}_a = a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{V}}_p - a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{V}}_n \quad (16a)$$

聯立上二式可得：

$$\tilde{\mathbf{V}}_p = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{V}}_m - \mathbf{j}\tilde{\mathbf{V}}_a') \quad (17)$$

$$\text{或 } \tilde{\mathbf{V}}_p = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{V}}_m - \mathbf{j}\frac{\tilde{\mathbf{V}}_a}{a}) \quad (17a)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_n = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{V}}_m + \mathbf{j}\tilde{\mathbf{V}}_a') \quad (18)$$

$$\text{或 } \tilde{\mathbf{V}}_n = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{V}}_m + \mathbf{j}\frac{\tilde{\mathbf{V}}_a}{a}) \quad (18a)$$

上式中

$\tilde{\mathbf{V}}_m$: 主繞組側的端電壓(V)

$\tilde{\mathbf{V}}_a$: 輔助繞組側的端電壓(V)

$\tilde{\mathbf{V}}_a'$: $\tilde{\mathbf{V}}_a$ 換算至主繞組側的端電壓(V)

$\tilde{\mathbf{V}}_p$: 正相序成分的端電壓(V)

$\tilde{\mathbf{V}}_n$: 逆相序成分的端電壓(V)

以上四式同樣適用於電流方程式，故得：

$$\tilde{\mathbf{I}}_m = \tilde{\mathbf{I}}_p + \tilde{\mathbf{I}}_n \quad (19)$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_a' = \mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_p - \mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_n \quad (20)$$

$$\text{或 } \tilde{\mathbf{I}}_a = \frac{\mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_p}{a} - \frac{\mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_n}{a} \quad (20a)$$

聯立上二式可得：

$$\tilde{\mathbf{I}}_p = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{I}}_m - a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_a) \quad (21)$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_n = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{I}}_m + a\mathbf{j}\tilde{\mathbf{I}}_a) \quad (22)$$

圖 3(a)中，為主繞組單獨運轉的等效電路，亦即輔助繞組電流 $\tilde{\mathbf{I}}_a = 0$ ，故

$$\tilde{\mathbf{I}}_p = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_p}{\tilde{\mathbf{Z}}_p} \quad (23)$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_n = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_n}{\tilde{\mathbf{Z}}_n} \quad (24)$$

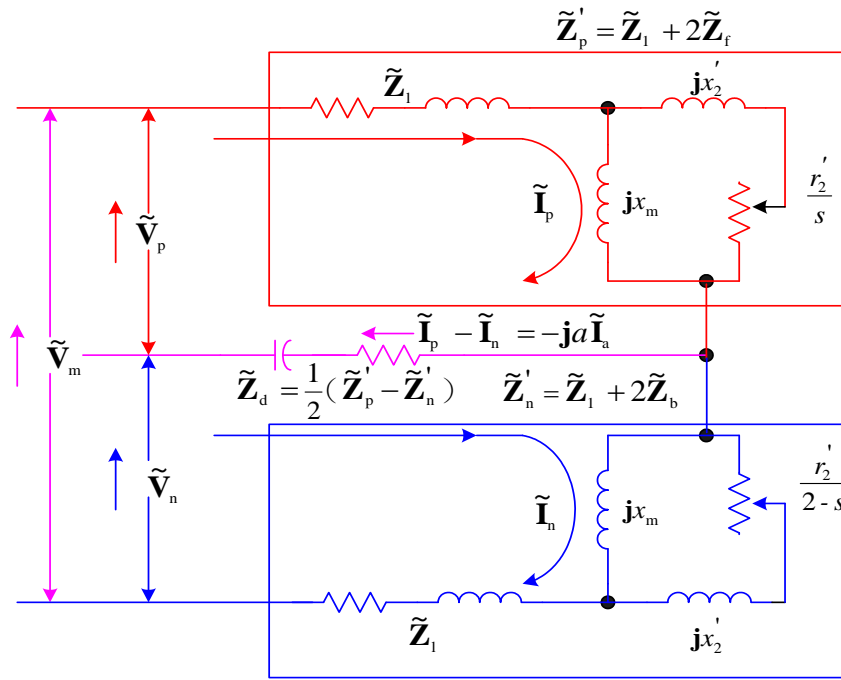


圖 3(a) 不平衡兩相電動機的主繞組等效電路

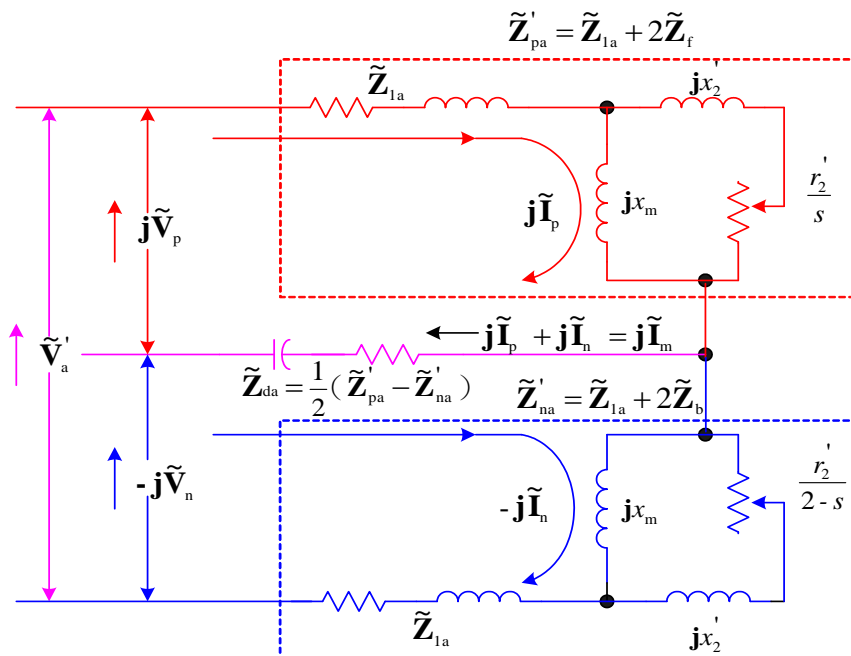


圖 3(b) 不平衡兩相電動機的輔助繞組等效電路

$$\tilde{\mathbf{Z}}'_p = (\tilde{\mathbf{Z}}_l + 2\tilde{\mathbf{Z}}_f) \quad (25)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}}'_n = (\tilde{\mathbf{Z}}_l + 2\tilde{\mathbf{Z}}_b) \quad (26)$$

上式中

$\tilde{\mathbf{I}}_p$: 流經正相序成分的電流(A)

$\tilde{\mathbf{I}}_n$: 流經逆相序成分的電流(A)

$\tilde{\mathbf{Z}}'_p$: 對稱成分法的正相序總阻抗(Ω)

$\tilde{\mathbf{Z}}'_n$: 對稱成分法的逆相序總阻抗(Ω)

$\tilde{\mathbf{V}}_p$: 對稱成分法的正相序端電壓(V)

$\tilde{\mathbf{V}}_n$: 對稱成分法的逆相序端電壓(V)

$\tilde{\mathbf{Z}}_l$: 主繞組的漏阻抗(Ω)

$\tilde{\mathbf{Z}}_f$: 正相旋轉磁場的阻抗(Ω)

$\tilde{\mathbf{Z}}_b$: 逆相旋轉磁場的阻抗(Ω)

圖 3(a)中, $\tilde{\mathbf{Z}}_d$ 可用 $\frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{Z}}'_p - \tilde{\mathbf{Z}}'_n)$ 表示, 亦即

$$\tilde{\mathbf{Z}}_d = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{Z}}'_p - \tilde{\mathbf{Z}}'_n) \quad (27)$$

解圖 3(a)的電路, 可得

$$\tilde{\mathbf{I}}_p = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_p(\tilde{\mathbf{Z}}'_n + \tilde{\mathbf{Z}}_d) + \tilde{\mathbf{V}}_n\tilde{\mathbf{Z}}_d}{(\tilde{\mathbf{Z}}'_p + \tilde{\mathbf{Z}}_d)(\tilde{\mathbf{Z}}'_n + \tilde{\mathbf{Z}}_d) - \tilde{\mathbf{Z}}_d^2} \quad (28)$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_n = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_n(\tilde{\mathbf{Z}}'_p + \tilde{\mathbf{Z}}_d) + \tilde{\mathbf{V}}_p\tilde{\mathbf{Z}}_d}{(\tilde{\mathbf{Z}}'_p + \tilde{\mathbf{Z}}_d)(\tilde{\mathbf{Z}}'_n + \tilde{\mathbf{Z}}_d) - \tilde{\mathbf{Z}}_d^2} \quad (29)$$

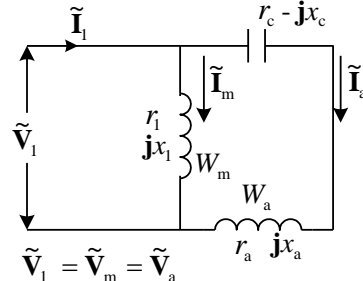
三、阻抗參數的量測

電容式電動機等效電路阻抗參數的量測請詳閱參考文獻^[6-8], 限於篇幅, 茲不贅述。阻抗參數的計算與量測結果請參閱表 1。

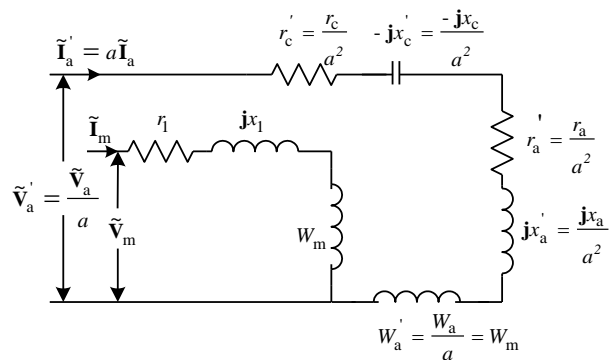
四、穩態特性分析

我們使用 C. L. Fortescue 所提出的對稱成分法^[9]來解不平衡兩相系統-各種電容式電動機的穩態特性分析, 其接線示意圖與等效電路圖^[6]如圖 4(a)與圖 4(b)所示。圖中 $\tilde{\mathbf{V}}_m$ 為主繞組電壓(等於額定電壓 $\tilde{\mathbf{V}}_1$), r_1 與 x_1 分別為主繞組電阻與漏電抗, w_m 與 w_a 為主繞組與輔繞組的匝數, a 為輔繞組與主繞組之有效匝比, $\tilde{\mathbf{V}}'_a$ 與 $\tilde{\mathbf{I}}'_a$ 分別為換算至主繞組側的輔

繞組電壓與電流($\tilde{\mathbf{V}}'_a = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_a}{a} = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_1}{a}$; $\tilde{\mathbf{I}}'_a = a\tilde{\mathbf{I}}_a$), x'_c 為換算至主繞組側的電容抗, r'_a 與 x'_a 則為換算至主繞組側的輔繞組電阻與漏電抗。



(a)接線示意圖



(b)等效電路圖

圖 4 電容式電動機的(a)接線示意圖與(b)等效電路圖

實用上, 主、輔繞組在空間上經常呈 90° 電氣角安排: 所以, 各種電容式電動機為具有對稱繞組 w_m 和 w_a 的平衡兩相電動機, 分別串聯不平衡阻抗 ($r_1 + jx_1$ 和 $r'_a + jx'_a - jx'_c$), 其外加不平衡電壓為 $\tilde{\mathbf{V}}_m$ 與 $\tilde{\mathbf{V}}'_a$, 其與正、負相序成分的端電壓 $\tilde{\mathbf{V}}_p$ 與 $\tilde{\mathbf{V}}_n$ 關係式如式(15)~式(18)所示; 不平衡電流為 $\tilde{\mathbf{I}}_m$ 與 $\tilde{\mathbf{I}}'_a$, 其與正、負相序成分的電流 $\tilde{\mathbf{I}}_p$ 與 $\tilde{\mathbf{I}}_n$ 關係式如式(19)~(22)所示。

對稱成分法的主繞組相以及輔助繞組相的正相序與負相序等效電路圖如圖 5 所示。其簡圖可見圖 6。圖 5 中主、輔繞組的串聯不平衡阻抗 $\tilde{\mathbf{Z}}_l (= r_1 + jx_1)$ 與 $\tilde{\mathbf{Z}}'_{la} (= r'_a + jx'_a - jx'_c)$ 之正、負相序阻抗成分 $\tilde{\mathbf{Z}}_{lp}$ 與 $\tilde{\mathbf{Z}}_{ln}$ 如下:

$$\tilde{\mathbf{Z}}_{1P} = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{Z}}_1 - \tilde{\mathbf{Z}}'_{1a}) \quad (30)$$

亦即

$$\tilde{\mathbf{Z}}_{1N} = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{Z}}_1 + \tilde{\mathbf{Z}}'_{1a}) \quad (31)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}}_1 = \tilde{\mathbf{Z}}_{1N} + \tilde{\mathbf{Z}}_{1P} \quad (32)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}}'_{1a} = \tilde{\mathbf{Z}}_{1N} - \tilde{\mathbf{Z}}_{1P} \quad (33)$$

由圖 6 中可知主、輔繞組相之應電勢 $\tilde{\mathbf{E}}_m$ 與 $\tilde{\mathbf{E}}'_a$ 可表示如下：

$$\tilde{\mathbf{E}}_m = \tilde{\mathbf{I}}_p \tilde{\mathbf{Z}}_p + \tilde{\mathbf{I}}_n \tilde{\mathbf{Z}}_n \quad (34)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}'_a = \mathbf{j} \tilde{\mathbf{I}}_p \tilde{\mathbf{Z}}_p - \mathbf{j} \tilde{\mathbf{I}}_n \tilde{\mathbf{Z}}_n \quad (35)$$

由圖 4(b)中可知：

$$\tilde{\mathbf{V}}_m = \tilde{\mathbf{E}}_m + \tilde{\mathbf{I}}_m \tilde{\mathbf{Z}}_1 \quad (36)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}'_a = \tilde{\mathbf{E}}'_a + \tilde{\mathbf{I}}_a \tilde{\mathbf{Z}}'_{1a} \quad (37)$$

將(34)、(35)式代入(36)、(37)式，得：

$$\tilde{\mathbf{V}}_m = \tilde{\mathbf{I}}_p \tilde{\mathbf{Z}}_p + \tilde{\mathbf{I}}_n \tilde{\mathbf{Z}}_n + \mathbf{j}(\tilde{\mathbf{I}}_p + \tilde{\mathbf{I}}_n)(\tilde{\mathbf{Z}}_{1P} + \tilde{\mathbf{Z}}_{1N}) \quad (38)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}'_a = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_a}{a} = \mathbf{j} \tilde{\mathbf{I}}_p \tilde{\mathbf{Z}}_p - \mathbf{j} \tilde{\mathbf{I}}_n \tilde{\mathbf{Z}}_n + \mathbf{j}(\tilde{\mathbf{I}}_p - \tilde{\mathbf{I}}_n)(\tilde{\mathbf{Z}}_{1N} - \tilde{\mathbf{Z}}_{1P}) \quad (39)$$

聯立(38)、(39)式可解得：

$$\tilde{\mathbf{I}}_p = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_m [(\tilde{\mathbf{Z}}_n + \tilde{\mathbf{Z}}_{1N} - \tilde{\mathbf{Z}}_{1P})]}{\Delta} - \frac{\tilde{\mathbf{V}}_m [(\frac{\mathbf{j}}{a})(\tilde{\mathbf{Z}}_n + \tilde{\mathbf{Z}}_{1N} + \tilde{\mathbf{Z}}_{1P})]}{\Delta} \quad (40)$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_n = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_m [(\tilde{\mathbf{Z}}_p + \tilde{\mathbf{Z}}_{1N} - \tilde{\mathbf{Z}}_{1P})]}{\Delta} + \frac{\tilde{\mathbf{V}}_m [(\frac{\mathbf{j}}{a})(\tilde{\mathbf{Z}}_p + \tilde{\mathbf{Z}}_{1N} + \tilde{\mathbf{Z}}_{1P})]}{\Delta} \quad (41)$$

上式中

$$\Delta = \tilde{\mathbf{Z}}_p \tilde{\mathbf{Z}}_n + \tilde{\mathbf{Z}}_{1N}(\tilde{\mathbf{Z}}_p + \tilde{\mathbf{Z}}_n) + (\tilde{\mathbf{Z}}_{1N} + \tilde{\mathbf{Z}}_{1P})(\tilde{\mathbf{Z}}_{1N} - \tilde{\mathbf{Z}}_{1P})$$

(40)、(41)式亦可表成正、負相序電壓 $\tilde{\mathbf{V}}_p$ 、 $\tilde{\mathbf{V}}_n$ 之函數如下：

$$\tilde{\mathbf{I}}_p = \frac{[\tilde{\mathbf{V}}_p(\tilde{\mathbf{Z}}_n + \tilde{\mathbf{Z}}_{1N}) - \tilde{\mathbf{V}}_n \tilde{\mathbf{Z}}_{1P}]}{\Delta} \quad (42)$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_n = \frac{[\tilde{\mathbf{V}}_n(\tilde{\mathbf{Z}}_p + \tilde{\mathbf{Z}}_{1N}) - \tilde{\mathbf{V}}_p \tilde{\mathbf{Z}}_{1P}]}{\Delta} \quad (43)$$

故線電流 $\tilde{\mathbf{I}}_1$ 及輸入功率 P_i 為

$$\tilde{\mathbf{I}}_1 = \tilde{\mathbf{I}}_m + \tilde{\mathbf{I}}_a \quad (44)$$

$$P_i = V_1 \text{Re}(\tilde{\mathbf{I}}_1) \quad (45)$$

式中 $\text{Re}(\tilde{\mathbf{I}}_1)$ 為線電流 $\tilde{\mathbf{I}}_1$ 的實部。

$$T_c = \frac{2(I_p^2 Z_{PR} - I_n^2 Z_{NR})}{(1.027 N_s)} \quad (46)$$

$$T_v = \frac{2I_p I_n |\tilde{\mathbf{Z}}_p - \tilde{\mathbf{Z}}_n|}{(1.027 N_s)} \quad (47)$$

$$P_{out} = 1.027 T_c N_m \quad (48)$$

$$pf = \frac{P_i}{V_1 I_1} \quad (49)$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_i} \quad (50)$$

上式中[6]

T_c : 轉矩(kg-m)

T_v : 振動轉矩(kg-m)

P_{out} : 輸出功率(Watt)

Z_{PR} 與 Z_{NR} : 圖 6 中 $\tilde{\mathbf{Z}}_p$ 與 $\tilde{\mathbf{Z}}_n$ 的實部(Ω)

N_s : 同步轉速(rpm)

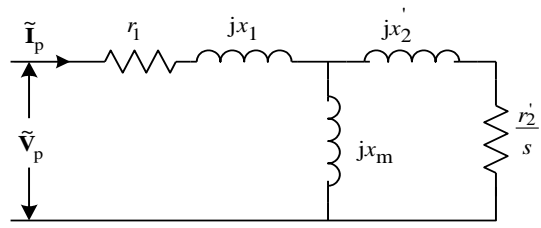
N_m : 實際輸出轉速(rpm)

pf : 功率因數

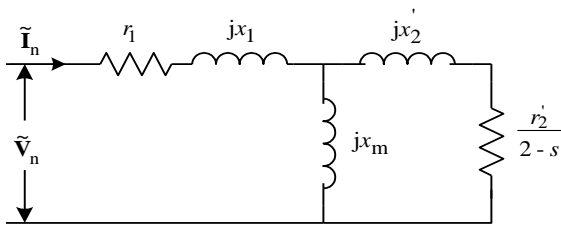
η : 效率

五、性能計算結果與量測數據的比較

阻抗參數的計算與量測結果的比較請參閱表 1[8,12]。性能計算結果與量測數據的比較，請參閱表 2[7,12]。從表 1 與表 2 的比較可知誤差均在 5% 以內，證明本文之數學模式推演的結果十分正確。

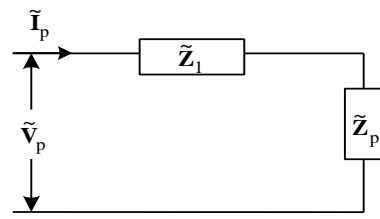


(a)正相序

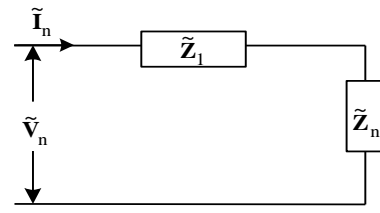


(b)負相序

(A)主繞組相

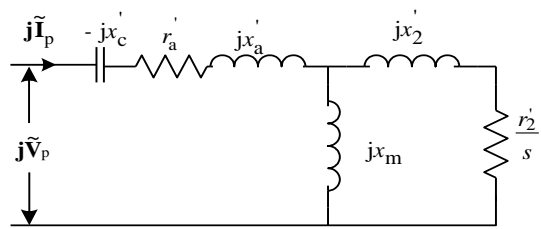


(a)正相序

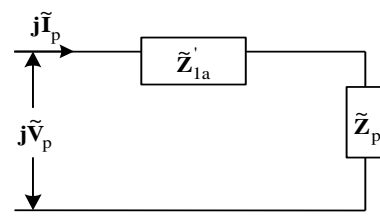


(b)負相序

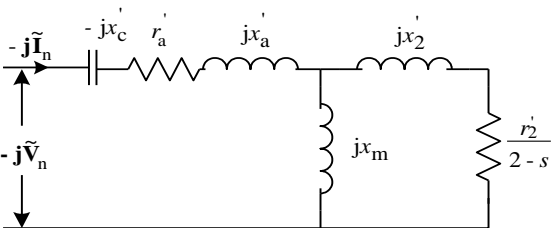
(A)主繞組相



(a)正相序

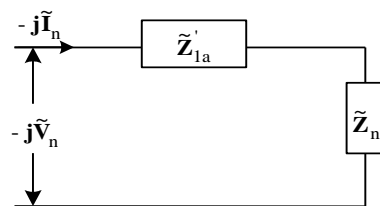


(a)正相序



(b)負相序

(B)輔助繞組相



(b)負相序

(B)輔助繞組相

圖5 電容式電動機的等效電路

圖6 電容式電動機的簡化等效電路

六、結論

1. 單相感應電動機比三相感應電動機的難度高出許多，從八、附錄：『馬達科技數位學習網』～『技術諮詢實例說明』中可知，有必要將『各種單相電容式電動機穩態性能計算的數學模式』作一系統性的整理，可幫助設計者(或使用者)使其性能計算公式與技巧趨於完美。此為本文之主要動機。
2. 本文整理『雙轉磁場理論』與『對稱成分法理論』的穩態數學模式，兩種理論的性能計算結果『殊途同歸』。可幫助設計者(或使用者)節省大量公式推導的時間。
3. 從表 1：阻抗參數的計算與量測結果的比較和表 2：性能計算結果與量測數據的比較可知誤差均在 5% 以內，證明本文之數學模式推演的結果十分正確。

七、參考文獻

1. Veinott, C.G., 1959, *Theory and Design of Small Induction Motors*, p.52, Mc Graw-Hill, New York, N.Y.
2. Veinott, C.G., 1959, *Theory and Design of Small Induction Motors*, pp.184~197, Mc Graw-Hill, New York, N.Y.
3. Veinott, C.G., 1959, *Theory and Design of Small Induction Motors*, pp.153~166, Mc Graw-Hill, New York, N.Y.
4. Veinott, C.G., 1959, *Theory and Design of Small Induction Motors*, p.209, Mc Graw-Hill, New York, N.Y.
5. Veinott, C.G., 1959, *Theory and Design of Small Induction Motors*, p.225, Mc Graw-Hill, New York, N.Y.
6. 三宅 博，1984 年，「小型 AC 馬達之設計與制御」，第 17~189 頁，日本總合電子出版社，東京。

7. 吳添保，1995 年 9 月，各種單相電容式電動機的設計與量測，技術學刊，第十卷，第三期，頁 395~403。
8. 吳添保，1997 年 3 月，各種單相電容式電動機阻抗參數的設計與量測，技術學刊，第十二卷，第一期，頁 193~199。
9. Fortescue, C.L., 1918, *Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks*, p.1027, Trans. AIEE.
10. 國立成功大學機械工程系-馬達科技研究中心-馬達科技數位學習網，http://emotors.ncku.edu.tw/motor_learn/index.htm
11. 劉昌煥主編，91 年 08 月，「電機機械」，二版，東華書局出版。
12. 劉昌煥主編，91 年 08 月，「電機機械」，二版，東華書局出版，頁 476~477。

八、附錄：『技術諮詢實例說明』

以下為馬達科技研究中心^[10]-技術諮詢的實例說明。

問：

請問各位先進，小弟要量測單相電容式感應馬達的電路參數，做轉矩特性分析，不知如何量測？

再者，單相感應機的轉矩公式與三相感應電動機是否相同？或者可以推薦小弟有關單相感應機電路參數量測與轉矩特性分析的書籍？

單相感應電動機的轉矩公式是否有哪本書有推導，可否推薦一下？謝謝！

L 君答：

1. 單相與三相感應電動機轉矩公式是相同的。
2. 一般電機設計或電機機械書籍均有電路參數量測及轉矩特性分析。

本人(paul)答：

1.

(a)三相感應電動機傳統設計為『平衡三相電動機』，理論上以『每相分析(per phase analysis)』處理。

(b)單相感應電動機傳統設計為『不平衡兩相電動機』，理論上以『對稱成分法 (symmetrical component theory)』或『雙轉磁場論 (double revolving-field theory)』分析處理。

(c)單相感應電動機比三相感應電動機的難度高出許多，不像 L 先生所說的『轉矩公式相同』。

2.請參考『電機機械』[11]pp.420~428：『8.7 單相感應電動機的電路模式』。

3.鼠籠式轉子電阻、漏電抗參考至定子側與有效匝比 a 有關。請參考『電機機械』[11]pp.429~433：『單相電容式電動機阻抗參數與有效匝比的量測』。

4.請參考『電機機械』[11]p478 之參考文獻：

[a] 三宅 博，小型 AC 馬達之設計與制御，日本總合電子出版社，chap.9~10，東京，1984 年。

[b]C. G. Veinott, *Theory and Design of Small Induction Motors*, chap.12 ,McGraw-Hill, New York, 1959 。

問：

請問 paul 先生，在[8.8 電容式電動機等效電路阻抗參數的量測]提到的電路參數計算所用的等效電路，為何鐵損電阻會與激磁電抗串聯，而不是並聯？

答：

既然名為『等效電路』，就表示有非單一選項，三相感應電動機的激磁等效電路常採並聯，鐵損電阻 R_c 與磁化電抗 X_m 並聯。單相感應電動機的激磁等效電路常採串聯，鐵損電阻 R_f 與磁化

電抗 X'_m 串聯。這是習慣問題，沒有對錯，方便就好。只要利用電路學的『等效並聯阻抗與等效串聯阻抗互換』的公式即可。

串聯鐵損電阻 R_f 甚小、並聯鐵損電阻 R_c 甚大；串聯磁化電抗 X'_m 與並聯磁化電抗 X_m 則相去不遠， X_m 則略大於 X'_m 。

『等效串聯阻抗換算為等效並聯阻抗』的公式如下：

$$R_c = [(R_f)^2 + (X'_m)^2] / R_f ;$$

$$X_m = [(R_f)^2 + (X'_m)^2] / X'_m 。$$

以上論述參考資料：三宅 博，小型 AC 馬達之設計與制御，日本總合電子出版社，東京，1984 年。(chap.9)

問：

請問 paul 先生，永久分相電容式感應電動機的轉矩如何計算？謝謝！

答：

請參考『小型 AC 電動機的設計與控制』第十章~(10.15)式。

『小型 AC 電動機的設計與控制』，本人編譯，82 年 09 月，文笙書局出版。(圖書編號：079) 本書已絕版，可洽『馬達科技數位學習網』圖書部借閱。(BOOKID：81724、書號：H679)。

表 1 單相電容式電動機阻抗參數的設計與實測結果的比較

項次	機種 參數名稱	PSC4002			PSC4004		
		設計值	實測值	差值%	設計值	實測值	差值%
1	主繞組電阻 $R_1(\Omega)$	1.0629	1.0624	0.047	1.7634	1.7613	0.119
2	主繞組總漏抗 $X_1(\Omega)$	1.5323	1.48 *	*3.413	2.3036	2.47 *	*6.737
3	轉子電阻 $R_2'(\Omega)$	2.0856	2.12	1.623	3.0732	3.07	1.042
4	轉子總漏抗 $X_2'(\Omega)$	1.4103	1.48 *	*4.942	2.6624	2.47 *	*7.790
5	輔助繞組電阻 $R_a(\Omega)$	4.723	4.709	0.297	5.4864	5.502	0.284
6	輔助繞組總漏抗 $X_a(\Omega)$	1.1156			1.7146		
7	磁化電抗 $X_m(\Omega)$	39.042	39.205	0.416	42.988	43.195	0.479
8	鐵損電阻 $R_f(\Omega)$		5.95			3.58	
9	$(X_1 + X_2) \div (X_{eq})_{run}$	2.9426	2.92	0.59	4.966	4.94	0.526
10	$X_1 / (X_{eq})_{run}$	0.5207	0.5		0.4639	0.5	
11	$X_2 / (X_{eq})_{run}$	0.4793	0.5		0.5361	0.5	
12	$(X_1)_{st}$ 全壓起動值(Ω)		1.23			2.08	
13	$(X_2)_{st}$ 全壓起動值(Ω)		1.23			2.08	
14	$(X_{eq})_{st} / (X_{eq})_{run}$		0.8311			0.8387	
15	斜槽 (mm/radian/ $^\circ$)	26 / 0.71135 / 40.76			20 / 1.00692 / 57.69		
16	斜槽漏抗 $X_{sk}(\Omega)$	1.5013			3.2918		
17	輔主繞組有效匝比 a	1.6329	1.6342	0.080	1.4861	1.4897	0.242

表 2 單相電容式電動機電機特性的設計與實測結果的比較

項次	機種 項目	PSC4002			PSC4004		
		設計值	實測值	差值%	設計值	實測值	差值%
1	試驗電壓 V	115	115	0	115	115	0
2	額定輸出 W	373	373	0	373	373	0
3	無載電流 A	2.902	2.90	0.069	1.92	1.92	0
4	滿載電流 A	5.25	5.31	1.130	4.78	4.76	0.42
5	滿載功因 %	89.91	88.83	1.08	92.22	91.75	0.47
6	滿載效率 %	68.68	69.01	0.33	73.57	74.14	0.57
7	滿載轉差率 %	2.69	2.8056	0.1156	3.95	4.11	0.16
8	滿載轉速 r/min	3503	3499		1729	1726	
9	額定轉矩 kg-m	0.1037	0.104	0.288	0.210	0.211	0.474
10	起動電流 A	30.07	29.45	2.105	18.64	18.31	1.802
11	起動電流 %		554.6			384.7	
12	起動轉矩 kg-m	0.031	0.031	0	0.0713	0.0703	1.423
13	起動轉矩 %		29.81			30.12	
14	崩潰轉矩 kg-m	0.2761	0.276	0.036	0.3815	0.381	0.131
15	崩潰轉矩 %		265.4			180.6	
16	最大輸出 W	848.0	856	0.935	589.0	583	1.029
17	無載電容端壓 V	226.3	225	0.580	222.6	224	0.625

