

平板掃流暨側流過濾之模擬

Simulation of cross-flow filtration with side stream

李宏彥

吳容銘

淡江大學化學工程與材料工程學系

明志科技大學環境與安全衛生工程系

摘要

當前全球面臨水資源短缺的嚴峻挑戰，而過濾技術被視為一種有效的水資源回收方式。然而，薄膜結垢 (fouling) 是過濾過程中常見且主要的障礙之一。透過提升膜面上的剪切力，有助於減緩結垢現象，進而提升過濾效率。本研究利用計算流體力學軟體 FLUENT 6.0，在雙側流與不同的進料角度構想下，進行平板掃流過濾的模擬，藉由雙側流以改變濾室中的流態，進而增加過濾膜面上的剪力，以有效改善薄膜結垢現象，達到提升濾速的效果。在總進料量為 0.008 kg/s 的操作條件下，當主流與雙側流之比例為 6:2:2 時，可在膜面上產生較高的剪切力；此外，當側流以 45°切線方式進料時，其膜面剪力相較於垂直進料方式有明顯提升。

關鍵字：掃流、計算流體力學、剪力、側流、水資源缺乏

Abstract

The scarcity of water resources is a global issue that has been facing in recent years. Filtration is an effective water resource recovery technology, and fouling is one of the main challenges faced by filtration technology. Fouling can be improved by increasing the shear force on the membrane surface. In this study, the computational fluid dynamics software FLUENT 6.0 was used to simulate plate cross-flow filtration under different feed angles and side stream flow rates. By using the side stream to change the flow pattern in the filtration chamber, the shear force on the filtration membrane surface was increased, effectively improving fouling and achieving the effect of increasing filtration flux. Under a total feed flow rate of 0.008 kg/s, the flow ratio of the main stream to the two side streams of 6:2:2 produced the highest shear force on the membrane surface. In addition, when the side streams were introduced at a tangential angle of 45°, the membrane shear force was significantly higher compared with the vertical injection configuration.

Keywords: cross-flow, CFD, shear force, side stream, water scarcity

1. 緒論

掃流過濾 (Cross-Flow Filtration) 是一種膜過濾技術，用於分離懸浮固體或液體中的固體顆粒、微生物或蛋白質等物質。其基本原理是利用壓力或真空力驅動進行分離過程，當進行膜過濾時，進料流體以橫向方向（平行於膜面）通過膜，而分離出

來的溶液則通過膜表面，因而達到固體-液體分離的效果。

掃流過濾技術具有高效、快速、節能、環保等優點，廣泛應用於食品(Saura et al., 2012)、製藥(Lu et al., 2019)、化工(Dietrich et al., 2025)、環保(Norrahma et al., 2023)等領域。掃流過濾的適用物

質非常廣泛，可以處理懸浮固體(Chew et al., 2020)、生物物質(Krippel et al., 2021)、粘稠物質(Vukovic et al., 2022)、高濃度物質(Li et al., 2019)、高溫物質(Lu et al., 2021; Yang et al., 2022)等。

掃流過濾是一種常用的液體過濾技術，但它也有一些缺點，例如壓損：掃流過濾器的結構較複雜，其中包含多個細小孔洞或通道，這些孔洞或通道可能會在過濾過程中產生壓損，進而影響過濾效率和產量(Iritani, 2013)。掃流過濾也需要清洗：由於掃流過濾器在過濾過程中會逐漸積聚雜質，因此需要進行定期清洗，以維持過濾器的效率 (Hube et al., 2020)。此外，結垢 (fouling) 是膜分離過程中一個普遍存在的問題，它會導致薄膜的通量下降和去除效率降低。結垢是由於溶質在膜表面或膜孔道中逐漸沉積而形成的，它可以來自不同的來源，例如生物、化學和物理等因素。在近年的研究中，研究人員專注於探索結垢問題的原因和解決方法。

Pablo 等人(2022)針對逆滲透系統中的生物污染與結垢問題進行深入研究，透過分析逆滲透膜表面上生物膜與礦物結晶物的組成與分布，評估其對系統的影響。研究結果顯示，生物膜與礦物結晶物皆對逆滲透膜造成嚴重的結垢與阻塞情況。

Sutariya et al. (2022)綜述了可視化膜過濾系統中的流體力學延緩結垢的最新趨勢。這些方法可分為侵入性和非侵入性。侵入式主要用於結垢的原因分析。利用計算流體力學、生物污染模擬、污染監測等非侵入性方法了解膜通道的流體力學機制。

Chen et al. (2021)開發具有多層分叉(分層)內部形態的彈性膜過濾器的流動和污染的數學模型。考慮通過膜的兩種過濾機制：(i) 恆定壓降和(ii) 恆定通量。獲得彈性孔壁變形的解析解，並提供一個定量數學框架來預測分級孔隙形態和孔壁彈性對過濾性能的影響。

在氣體協助微過濾之臨界通量改善的研究中，Chiu and James(2006)指出空氣的使用是作為提升陶瓷薄膜臨界濾通量可考慮的一個方法。不同的表面氣體與液體流速和不同噴嘴使用之效應都已被研究，其結果顯示，兩相流動能產生的臨界通量為單相流動的 1.7 倍。增加表面氣體和液體速度會增

加臨界通量，當氣體形成子彈狀流動(slug flow)時可找到最佳效果。另外在較低的速度下，當噴嘴尺寸增加時，因為氣泡大小增加的關係，可獲得最大臨界通量。然而，當較高的速度下，改變噴嘴造成的影響是不明顯的。

由以上文獻可看出掃流過濾的多方面應用，當然掃流微過濾的特性也因此被許多學者所研究。CFD 是藉由電腦來模擬流體運動過程的一門學問，Li et al. (2003)為驗證計算流體力學模擬所得之流場分佈對粒子沈積附著的正確性，搭配一實驗觀察技術，直接透膜觀察法(Direct Observation Through the Membrane, DOTM)來觀察二維螺旋式薄膜模組內粒子之沈積。Sivertsen and Djilali (2005)利用計算流體力學做質子交換薄膜燃料電池 3D 計算模式的發展，此模式說明了對流與擴散的傳送，並解出在電極和薄膜上的電位與離子勢，使得能更準確地預測局部電流密度的擴散。Narasimha et al. (2005)使用計算流體力學的技術所導出之模式，證明是有益於模擬水旋風分離器的流體流動，並且也可預測固體粒子對於大範圍操作與設計條件下，在分離器中的分離效率。其利用 FLUENT 軟體中的 Discrete Phase Model (DPM)模擬水旋風分離器中固體粒子之流動。Yang and Wang (2005)使用三維數值模擬計算一傾斜注入掃流系統的熱傳特性。其利用一控制體積(control-volume)的有限差分法來解紊流統御方程式，並以幕次模式(power-law scheme)與 $k-\epsilon$ 模式描述出紊流結構。和實驗數據比較後，其理論發展結果為可行的。由以上文獻可知 CFD 在化工上甚至在薄膜過濾上之應用是相當廣泛的。

本研究在總質量流率不變的前提下，將進料分為主流以及雙側流，與一般過濾技術比較，掃流過濾 (Cross-flow filtration)指進料流體沿膜面平行方向流動，使溶液通過膜面達到分離效果之膜過濾方式。本研究之側流 (Side stream)指由濾室側方額外引入的流體，用以改變濾室內流場結構。而雙側流 (Dual side stream)指於主流兩側同時導入兩股側向流體，以提升膜面流體剪應力並改善流場分佈。藉由雙側流增加過濾膜面上的剪力，以延緩結垢，藉由計算流體力學軟體 FLUENT 6.0 進行模擬，改

變主流與雙側流之流量比率，研究顯示，總進料量為 0.008 kg/s 時，主流與雙側流之比例為 6:2:2 時，造成的膜面剪力最大，延緩結垢的效果佳；同時，再將側流改為 45° 角進入時，效果更好。

2. 研究方法

2.1 統御方程式

2.1.1 連續方程式

本文之數值模擬主要假設如下：

1. 流動為穩態流動 (steady-state flow)。
2. 流體假設為不可壓縮流體，其物性參數保持不變。
3. 由於濾室內流動雷諾數較低，因此採用層流 (laminar flow) 模型進行計算。
4. 系統假設為等溫條件。

因此在質量守恆定律下，連續方程式可表示為：

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

其中 ρ 代表密度， \vec{v} 代表速度向量。

對於多相流方程式於本研究之求解，其中一相為水相，其餘為固相 (particle)。對於任一相 q 而言，其體積 V_q 為：

$$V_q = \int_V \alpha_q dV \quad (2)$$

其中 α_q 為 q 相之體積分率，故 $\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1$ 且有效密度為

$$\hat{\rho}_q = \alpha_q \rho_q \quad (3)$$

則多相流之連續方程式可改寫為：

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = \sum_{p=1}^n \dot{m}_{pq} \quad (4)$$

其中 \dot{m}_{pq} 為由 p^{th} 相至 q^{th} 相之質量傳遞，因此符合

$$\dot{m}_{pq} = -\dot{m}_{qp} \text{ 且 } \dot{m}_{pp} = 0。$$

2.1.2 動量方程式

在慣性座標下，動量守恆方程式可表示為：

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\vec{\tau}) + \rho \vec{g} \quad (5)$$

其中 P 為靜壓， $\rho \vec{g}$ 表重力項， $\vec{\tau}$ 為應力張量，表示如下：

$$\vec{\tau} = \mu \left[(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} \vec{I} \right] \quad (6)$$

其中 μ 為分子黏滯係數， \vec{I} 為單位張量，上式等號右邊第二項為體積膨脹效應。

而考慮為固相之動量守恆方程式則為：

$$\nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) = -\vec{v}_q \nabla P + \nabla \cdot \vec{\tau} + \alpha_q \rho_q \vec{g} + \sum_{p=1}^n (\vec{R}_{pq} + \dot{m}_{pq} \vec{v}_{pq}) \quad (7)$$

其中 $\vec{\tau}$ 為 q^{th} 相之應力張量，

$$\vec{\tau} = \alpha_q \mu_q \left[\left(\nabla \vec{v}_q + \nabla \vec{v}_q^T \right) + \alpha_q \left(\lambda_q - \frac{2}{3} \mu_q \right) \nabla \cdot \vec{v}_q \vec{I} \right] \quad (8)$$

μ_q 及 λ_q 為 q 相之黏度及視黏度 (shear and

bulk viscosity)， \vec{R}_{pq} 為相與相之間之交互作用力，

故 $\vec{R}_{pq} = -\vec{R}_{qp}$ 且符合 $\vec{R}_{qq} = 0$ 。

2.1.3 相之間交互作用力

相與相之間之交互作用力如下：

$$\sum_{p=1}^n \vec{R}_{pq} = \sum_{p=1}^n K_{pq} (\vec{v}_p - \vec{v}_q) \quad (9)$$

其中 $K_{pq} = K_{qp}$ 為相與相之間之交互作用係數。本研究之多相流為固-液相之系統，因此固液相交互作用係數 K_{sl} 可寫成以下通式：

$$K_{sl} = \frac{\alpha_s \rho_s f}{\tau_s} \quad (10)$$

其中 f 根據不同的交互作用係數模式具有不同的定義，而 τ_s 為粒子之滯留時間，定義如下：

$$\tau_s = \frac{\rho_s d_s^2}{18\mu_l} \quad (11)$$

d_s 為 s 相粒子的直徑。若針對 Syamlal-O'Brien model :

$$f = \frac{C_D \text{Re}_s \alpha_l}{24\nu_{r,s}^2} \quad (12)$$

其中：

$$C_D = \left(0.63 + \frac{4.8}{\sqrt{\text{Re}_s/\nu_{r,s}}} \right)^2 \quad (13)$$

此模式是測量流動床或沉降床中的粒子終端速度，並且體積分率與相對雷諾數具有函數關係：

$$\text{Re}_s = \frac{\rho_s d_s |\vec{v}_s - \vec{v}_l|}{\mu_l} \quad (14)$$

下標 l 為第 l 液相， s 為第 s 固相， d_s 為第 s 固相粒子之直徑，所以固液交互作用係數可改寫成：

$$K_{sl} = \frac{3\alpha_s \alpha_l \rho_l}{4\nu_{r,s}^2 d_s} C_D \left(\frac{\text{Re}_s}{\nu_{r,s}} \right) |\vec{v}_s - \vec{v}_l| \quad (15)$$

$\nu_{r,s}$ 為固相之終端速度

$$\nu_{r,s} = 0.5 \left(\frac{A - 0.06 \text{Re}_s + \sqrt{(0.06 \text{Re}_s)^2 + 0.12 \text{Re}_s (2B - A) + A^2}}{A} \right) \quad (16)$$

其中

$$A = \alpha_l^{4.14} \quad (17)$$

針對 $\alpha_l > 0.85$

$$B = \alpha_l^{2.65} \quad (18)$$

在本研究中，主要探討薄膜表面上的剪力變化情形，如圖 1 所示。膜面上的作用力大小，可由輸送現象理論在不同方向的正向力以及剪應力表示式求得，其表示式如下：

$$\tau_{xx} = -2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (19)$$

$$\tau_{yy} = -2\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (20)$$

$$\tau_{zz} = -2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (21)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \quad (22)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = -\mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \quad (23)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = -\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \quad (24)$$

其中式子 (19)~(21) 為正向作用力，而 (22)~(24) 為剪應力。本研究主要探 x 方向上流體流動的剪力變化，所要的計算式如下：

$$F_x = \int_0^H \int_0^W \left[-2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right] dy dz + \int_0^H \int_0^L \left[-\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right] dx dz + \int_0^W \int_0^L \left[-\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \right] dx dy \quad (25)$$

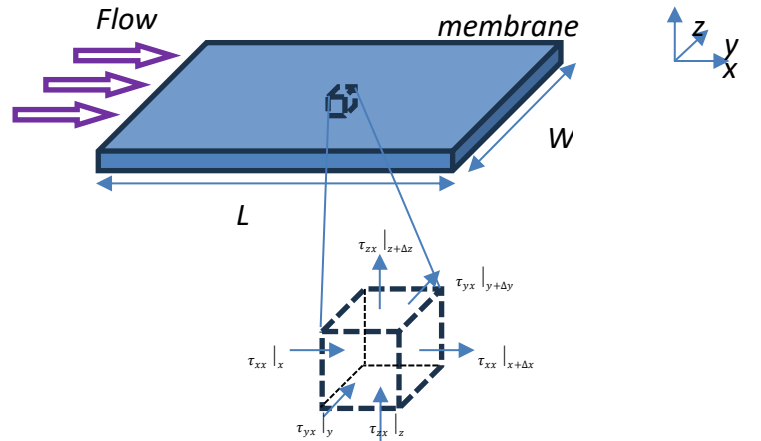


圖 1 在 x 方向上，膜面上所組成的受力變化情形

由式(25)可得知 F_x 膜面上 x 方向的作用力大小。當 F_x 增大，表示 x 方向的作用力越大，膜面上的剪力相對也會變大，這也表示當粒子在濾室中移動時，粒子不易堆積在膜的表面上；反之，如果降低 F_x ，表示膜於 x 方向的作用力越少，膜面上的剪力相對變小，粒子在濾室中就容易堆積在膜面上，造成濾速下降。

2 數值方法

壓力項是在連續方程式與動量方程式兩者中的關鍵變數，在本研究中是以壓力-速度的耦合 (Pressure-Velocity Coupling) 處理演算法，而本研究在 FLUENT 軟體中所使用的演算法為 SIMPLE (Semi-Implicit Method of Pressure-Linked Equations)。在 FLUENT 軟體中會用殘值(Residual)來判斷運算是否收斂，在流體速度評估中，計算的最大相對誤差為 10^{-3} ，而連續性的收斂相對誤差則設定為 10^{-6} 。

計算流體力學 (CFD) 是分析流體流動及預測複雜系統行為的強大工具。在本文中，我們將討論使用商業版本 FLUENT 6.0 來模擬掃流微過濾系統中藉由雙側流來延緩結垢的方法。使用 GAMBIT 繪製詳細的幾何模型並微調模擬中使用的網格數量。系統的運行條件做了幾個假設。首先，假設掃流微過濾系統中的流體流動為層流，這對於在低雷諾數下運行的系統很常見。其次，

假設流體是不可壓縮的，這意味著流體密度在模擬中保持恆定。第三，系統被假定為恆定溫度，這消除了考慮溫度對流體性質的影響。粒子之粒徑與密度皆為常數。系統為穩定狀態。

2.3 濾室結構與邊界條件

本研究之平板型濾室幾何構如圖 2 所示，主要包含上方的濾室、中間薄膜及下方濾液匯流區三部分。濾室中的長度為 70 mm，寬度為 20 mm，高為 3 mm；薄膜的長度為 70 mm，寬度為 20 mm，厚度為 125 μm ；濾液匯流區長度為 70 mm，寬度為 20 mm，高度為 1.6 mm。

圖 3 及表 1 為本模擬研究之邊界條件，主要包含進料、出口、回流以及薄膜四部分。總進料流量為 0.008 kg/s，進料為 V1，雙側流分別為 V2 及 V3，為達成 V1、V2、V3 的進料量為 8:1:1，其進料速度分別為 0.1 m/s、0.2667 m/s、0.2667 m/s；表 1 為本研究之邊界條件，三種不同的進料比例分別為 4:3:3、6:2:2 與 8:1:1。薄膜之透過率(permeability)根據 Wu et al. (2006) 之計算，一律設為 10^{-10} m^2 。本研究之網格數共約 243,000 個網格。

本研究所選擇之流量比例 4:3:3、6:2:2、8:1:1，主要是在總質量流量固定之條件下，探討不同側流強度對膜面剪力與流場分佈之影響。此三種比例分別代表側流比例高、中、低之三種典型操作條件。此外，本研究選擇 90° (垂直進料) 與 45° (切線進料) 兩種角度，主要是比較不同進料方向對濾室流場結構與膜面剪應力的影響。

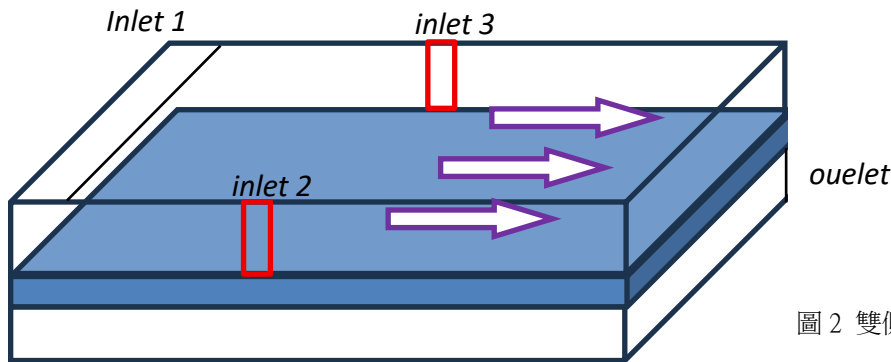


圖 2 雙側流掃流濾室的結構比例圖

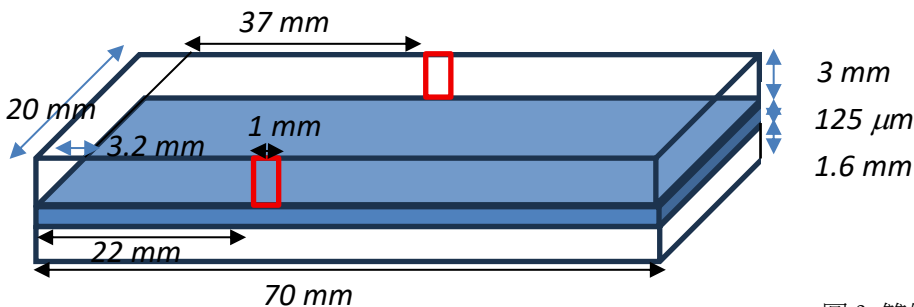


圖 3 雙側流掃流過濾之邊界條件

表 1 主流與側流之流速

比例 \ 流速	V1(m/s)	V2(m/s)	V3(m/s)
8 : 1 : 1	0.1	0.2667	0.2667
6 : 2 : 2	0.1	0.7	0.7
4 : 3 : 3	0.1	1.6	1.6

而邊界條件設定，主要包括：

- 進料端 (V1、V2、V3)：設定為速度入口 (velocity inlet)，其速度依不同流量比例設定。
- 出口端：設定為壓力出口 (pressure outlet)，壓力為大氣壓。
- 膜面：設定為多孔介質邊界，透過率依據 Wu et al. (2006) 設定為 10^{-10} m^2 。

固體壁面：設定為無滑移條件 (no-slip boundary condition)。

3. 結果與討論

3.1 進料速度不同，主流與雙側流進料不同比例

如前所述，本文以主流以及雙側流進料模式，增加過濾膜面上的剪力，以延緩結垢。在總質量流量固定不變(0.008 kg/s)的前提下，主流進料速度 0.1 m/s，主流與依次的雙側流進料質量流率比例分別為 4:3:3、6:2:2、8:1:1 時，掃流過濾膜面上的剪力及流態變化。

如圖 4 所示，分別為雙側流平板掃流過濾之流場分布，圖 5 由由上至下列分別為主流進料速度 0.1 m/s、0.2 m/s 以及 0.3 m/s 的情況，圖 5 左至右欄則分別為主流與依次的雙側流進料質量流率比例分別為 8:1:1、6:2:2、4:3:3 時，掃流過濾膜面上的流態變化。由圖 4 很明顯看出，主流進料速度越高，整個膜面上的掃流速度也越高，越不容易結垢 (fouling)；主流與依次的雙側流進料質量流率比例為 4:3:3 時，相較 8:1:1 時膜面上的掃流速度也較高。因此側流的流量高有助於膜面上的整體掃流速度提升。

3.2 垂直進料與切線進料之比較

同樣在總質量流量固定不變的前提下，主流進料速度分別為 0.1 m/s、0.2 m/s、0.3 m/s，主流與依次的雙側流進料質量流率比例分別為 4:3:3、6:2:2、8:1:1 時，改變雙側流進料角度，分別為 45°(切線)與 90°(垂直)，計算掃流過濾膜面上的剪力。

如圖 5 所示，分別為雙側流平板掃流過濾之膜面上沿流動方向之剪力分布，圖 5 由由上至下列分別為主流進料速度 0.1 m/s、0.2 m/s 以及 0.3 m/s 的情況，圖 5 左至右欄則分別為主流與依次的雙側流進料質量流率比例分別為 8:1:1、6:2:2、4:3:3 時，掃流過濾膜面上的剪力變化。

由圖 5 很明顯看出，在相同的情形之下，切線進料的方式整體較垂直進料的方式，整個膜面上的剪力較高，大約高出 $3 \times 10^6 \text{ N}$ ，同時可見在每個側流的入口處，膜面上的剪力都大幅提升，然後再沿著流動方向遞減；主流與依次的雙側流進料質量流率比例為 4:3:3 時，相較 8:1:1 時膜面上的剪力也較高。因此切線入料的側流有助於膜面上的剪力提升。

結論

本文中主要探討掃流微過濾之薄膜表面上的受力情形。在掃流過濾的模組上，分別在平板兩邊，位於平板的 22 mm~23 mm 及 37 mm~38 mm 這兩處開兩個側流通道，以雙側流的方式來改變濾室中的流力狀態，增加膜面上剪應力，降低過濾所造成之阻力，進而達到提升濾速的效果。模擬分析之內容可以歸納出以下幾點結論：

- (1). 當操作條件在掃流速度 $V = 0.1 \text{ m/s}$ 於不同側流比的情況下 (分別為 4 : 3 : 3、6 : 2 : 2、8 : 1 : 1)，當側流比的流速越大，其剪力會越大；當側流比的流速越小，其剪力會越小。
- (2). 當操作條件在相同的側流比於不同的掃流為過濾速度下 ($V = 0.1 \text{ m/s} \sim V = 0.3 \text{ m/s}$)，掃流速度越快，剪力越大；掃流速度越慢，剪力越小。
- (3). 切線入料的側流有助於膜面上的剪力提升。

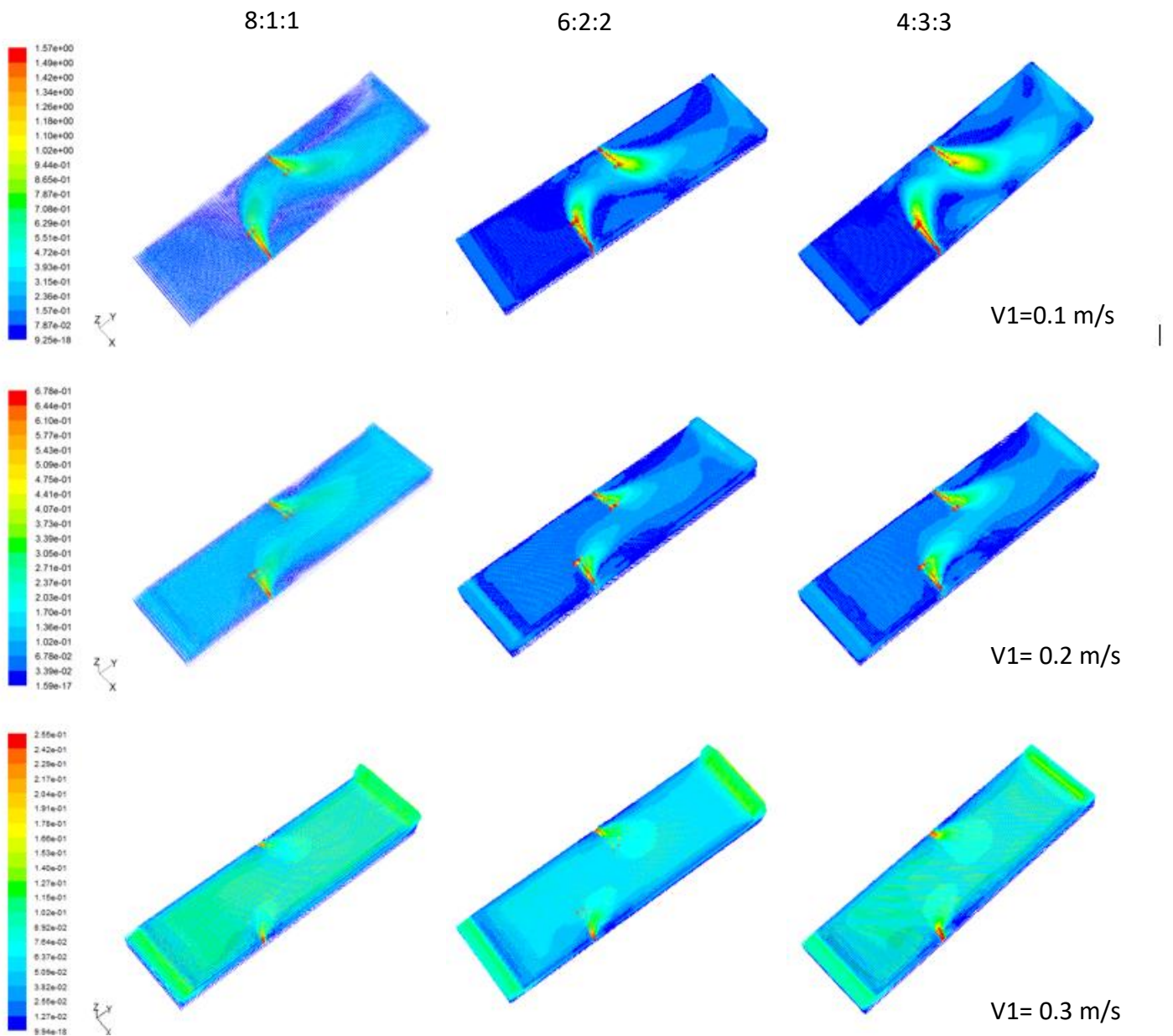


圖 4 主流進料速度不同，主流與雙側流進料不同比例的流態

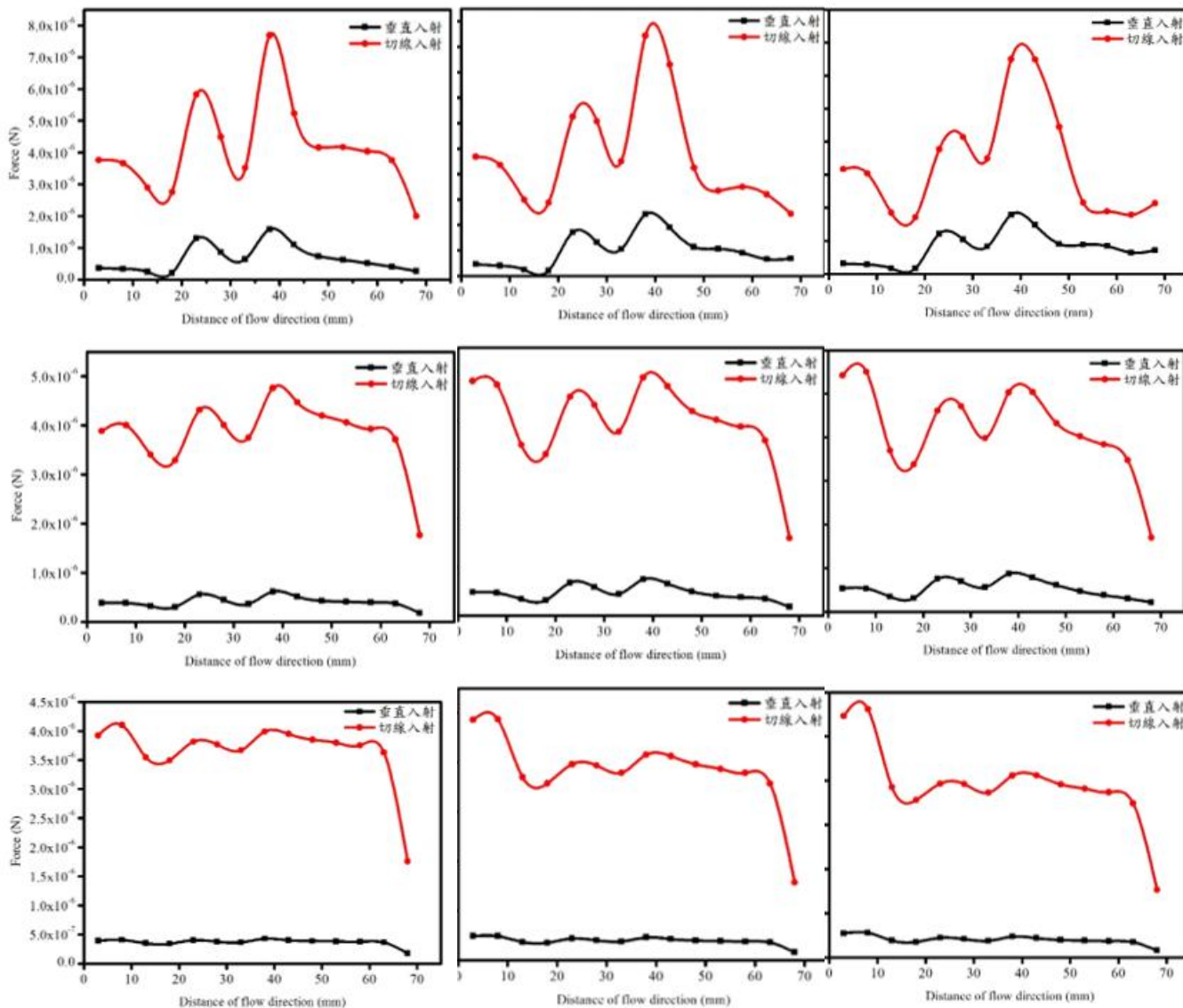


圖 5 主流進料速度不同，主流與雙側流進料不同比例的剪力分布

參考文獻

1. Chen, Z., Liu, S.Y., Christov, I.C. (2021). Flow and fouling in elastic membrane filters with hierarchical branching pore morphology. *Physics of Fluids*, 33 062009.
2. Chew, J.W., Kilduff, J., Belfort, G. (2020). The behavior of suspensions and macromolecular solutions in crossflow microfiltration: An update. *Journal of Membrane Science*, 601 117865.
3. Chiu, T. Y., and James, A. E. (2006). Critical flux enhancement in gas assisted microfiltration. *Journal of Membrane Science*, 281 p274–280.
4. Dietrich, A., Beckert, N., , 1, Jürgen Hubbuch, J. (2025), Time-dependent particle size increase during lipid nanoparticle purification by crossflow filtration. *Journal of Colloid and Interface Science*, 694 137663.
5. Hube, S., Eskafi, M., Hrafnkelsdóttir, K.F., Bjarnadóttir, B., Bjarnadóttir, M.A., Axelsdóttir, S., Wu, B. (2020). Direct membrane filtration for wastewater treatment and resource recovery: A review. *Science of The Total Environment*, 710 136375.
6. Iritani, E. (2013). A Review on Modeling of Pore-

- Blocking Behaviors of Membranes During Pressurized Membrane Filtration. *Drying Technology*, 31 146–162.
7. Krippel, M., Kargl, T., Duerkop, M., Dürauer, A. (2021). Hybrid modeling reduces experimental effort to predict performance of serial and parallel single-pass tangential flow filtration. *Separation and Purification Technology*, 276 119277.
 8. Li, C., Guo, Y., Shen, L., Ji, C., Bao, N. (2019). Scalable concentration process of graphene oxide dispersions via cross-flow membrane filtration. *Chemical Engineering Science*, 200 127–137.
 9. Li, H., Fnae, A. G., Coster, H. G. L., and Vigneswaran, S. (2003). Observation of deposition and removal behavior of submicron bacteria on the membrane surface during crossflow microfiltration. *Journal of Membrane Science*, 217 p29–41.
 10. Lu, C., Bao, Y., Huang, J.Y. (2021). Fouling in membrane filtration for juice processing. *Current Opinion in Food Science*, 42 76–85.
 11. Lu, J., Qin, Y., Zhang, Q., Yu, C., Wu, Y., Yan, Y., Fan, H., Meng, M., Li, C. (2019). Antibacterial, high-flux and 3D porous molecularly imprinted nanocomposite sponge membranes for cross-flow filtration of emodin from analogues. *Chemical Engineering Journal*, 360 483–493.
 12. Narasimha, M., Sriprya, R., and Banerjee, P.K. (2005). CFD modelling of hydrocyclone—prediction of cut size. *International Journal of Mineral Processing*, 75 53–68.
 13. Norrahma, S. S. A., Hamid, N. H. A., Hairom, N. H. H., Jasmani, L., Sidik, D. A. B., (2023), Industrial textile wastewater treatment using *Neolamarckia cadamba* NFC filter paper via cross-flow filtration system. *Journal of Water Process Engineering* 55 104188.
 14. Pablo, G.T., Makrina, A.C., Luiza C. Campos, L.C. (2022). Investigating reverse osmosis membrane fouling and scaling by membrane autopsy of a bench scale device. *Environmental Technology*, 43 3198–3211.
 15. Saura, D. Marti, N., Valero, M. González, E., Carbonell, A., Laencina, J. (2012), Separation of aromatics compounds during the clarification of lemon juice by cross-flow filtration. *Industrial Crops and Products*, 36 543–548.
 16. Sivertsen, B.R., and Djilali, N. (2005). CFD-based modelling of proton exchange membrane fuel cells. *Journal of Power Sources*, 141, p65–78.
 17. Sutariya, B., Sargaonkar, A., Raval, H. (2023). Methods of visualizing hydrodynamics and fouling in membrane filtration systems: recent trends. *Separation Science and Technology*, 58 101–130.
 18. Vukovic, P., Kessler, W., Kraume, M. (2022). Purification of crosslinked, highly viscous and viscoelastic hyaluronic acid hydrogels by dynamic diafiltration. *Separation and Purification Technology*, 303 122306.
 19. Wu, R.M., Lin, M.H., Lin, H.Y., Hsu, R.Y. (2006). 3D simulations of hydrodynamic drag forces on two porous spheres moving along their centerline. *Journal of Colloid and Interface Science*, 301 227–235.
 20. Yang, X., Fan, W., Zhang, R. (2022). Experimental investigations on aviation kerosene Multi-jets in high temperature and low pressure air crossflow. *Fuel*, 324 Part C 124828.
 21. Yang, Y. T., and Wang, Y. X. (2005), Three-dimensional numerical simulation of an inclined jet with cross-flow. *International P. Journal of Heat and Mass Transfer*, 48 4019–4027.